

ORSAY

Série A, n°

N° d'ordre :

134

THESE

PRESENTEE

A LA FACULTE DES SCIENCES D'ORSAY

UNIVERSITE DE PARIS

POUR OBTENIR

LE titre DE DOCTEUR INGENIEUR

PAR

YOUSSEF Mohamed Nour

" Etude du système strapdown de la navigation
par inertie "

Soutenue le 31.3.1971 devant la Commission d'examen

MM. GRIVET

Président.

BERTEIN

BONFILS

} Examineurs.



REMERCIEMENTS

Qu'il me soit permis d'exprimer ma profonde et respectueuse gratitude :

à Monsieur le Professeur GRIVET, titulaire de la Chaire d'Electronique à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de patronner cette thèse.

à Monsieur le Professeur BERTEIN, Professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de PARIS.

à Monsieur PAGNARD, Directeur Général des Etudes et du Développement à la Société Française d'Equipements pour la Navigation Aérienne.

à Monsieur BONFILS, Chef du Département Navigation par Inertie à la SFENA.

à Monsieur BONJOUR, Maître Assistant à la Faculté des Sciences d'Orsay.

pour leur haute bienveillance et les précieux conseils qu'ils m'ont prodigués.

CHAPITRE III : L'ACCELEROMETRE DANS LE SYSTEME STRAPDOWN

1. Généralités	42
2. Fonctionnement et Lois de Base	42
3. Equation de l'accéléromètre Pendulaire	44
4. L'accéléromètre Dans La Centrale Strapdown	48
A. Modèle mathématique.	48
B. Circuits de sortie.	49
C. Comparaison avec le cas de C.A.P.S.	51

CHAPITRE IV : LE CALCULATEUR EMBARQUE

1. Généralités	52
2. Calculateur Pour Système à Plateforme Stabilisée	52
3. Calculateur Pour Système Strapdown	53
4. Conception d'un Calculateur Pour Système Strapdown	55
A. Définitions.	55
B. Calculateur analogique.	57
C. Algorithme de Calcul.	58
D. Calculateur séquentiel.	59
E. Calculateur incrémental.	62
F. Système hybride.	64
5. Conclusion	64

CHAPITRE V : ERREURS DU SYSTEME STRAPDOWN

1. Généralités	69
2. Définitions et Notations	70
3. Valeurs Numériques	71
A. Pour l'engin.	71
B. Pour les gyromètres.	72
C. Pour les accéléromètres.	73
D. Pour la centrale.	73
4. Calcul de Grandeur d'Erreur des Senseurs	74
A. Erreur de gyromètre.	74
B. Analyse d'erreur de gyromètre.	74

CHAPITRE III : L'ALGÈBRE DANS LES SYSTÈMES
NUMÉRIQUES

1. Généralités
2. Représentation et lois de base
3. Représentation des opérations arithmétiques
4. L'addition dans les Systèmes Numériques
5. Multiplication
6. Division
7. Comparaison avec le cas du C.A.I.D.

CHAPITRE IV : LES SYSTÈMES NUMÉRIQUES

1. Généralités
2. Calculs pour les Systèmes à Base 10
3. Calculs pour les Systèmes Numériques
4. Calculs pour les Systèmes Numériques
5. Définitions
6. Calculs arithmétiques
7. Algorithmes de calcul
8. Calculs arithmétiques
9. Calculs arithmétiques
10. Systèmes numériques
11. Conclusion

CHAPITRE V : LES SYSTÈMES NUMÉRIQUES

1. Généralités
2. Définitions et Notations
3. Valeurs Numériques
4. Pour l'usage
5. Pour les opérations
6. Pour les opérations
7. Pour la conversion
8. Calcul de l'erreur d'arrondi des nombres
9. Erreur de conversion
10. Analyse d'erreur de conversion

	Pages
0. Erreur de l'accéléromètre.	76
D. Erreur de la centrale.	77
5. Méthode Précise Pour Calculer l'Erreur de Guidage	78
A. Equations d'erreurs dans 3-axes.	79
B. Equations d'erreurs d'un seul-axe.	81
6. Calcul Approximatif d'Erreur de la Centrale	82
7. Résumé	87
<u>CONCLUSION</u>	89
<u>ANNEXE</u> : A. Matrices de transformation du trièdre Véhicule-Inertiel.	90
B. Gyromètre à laser.	93
C. Analyseur Digital Différentiel.	95
<u>REFERENCE et BIBLIOGRAPHIE</u>	99

AVANT - PROPOS

Le but de cette étude est de donner un exposé du système strapdown de navigation par inertie, au point de vue conception, difficultés de réalisation, domaine d'utilisation, et précision (calculs d'erreurs).

Le premier chapitre de ce travail est consacré aux définitions générales du système classique de la navigation par inertie (système utilisant la centrale avec plateforme stabilisée), ainsi que le système strapdown (système avec plateforme sans cardan). Une comparaison entre les deux systèmes est exposée afin de résumer les avantages et les inconvénients du système strapdown, puis les équations de navigation pour le système strapdown sont développées. Les différentes conceptions de la centrale strapdown, utilisant senseurs d'attitude ou senseurs de vitesse et les limitations de chacun, sont exposées.

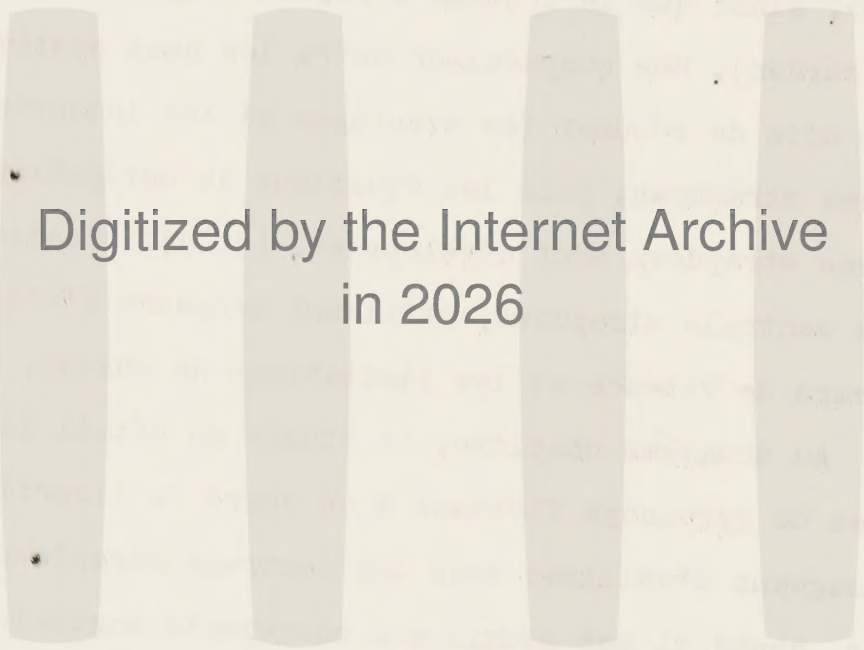
Au deuxième chapitre, on étudie en détail les performances du gyroscope flottant à un degré de liberté, que nous envisageons d'utiliser dans une centrale strapdown. Ces équations, quand il est soumis aux mouvements angulaires autour de ses trois axes simultanément, sont développées. Puis ses deux possibilités d'utilisation, c'est-à-dire, en boucle fermée ou sur une plateforme à "single axe" sont étudiées et les erreurs comparées.

On étudie au troisième chapitre, l'accéléromètre linéaire pendulaire à flotteur balourdé. Les équations et le modèle

ANALYSIS



THE



THE

THE

mathématique y sont développés, afin de calculer l'erreur de lecture lorsque l'accéléromètre est monté dans une centrale strapdown.

Au quatrième chapitre, on attaque le calculateur embarqué pour le système strapdown, où on commence par définir ces tâches supplémentaires par rapport aux tâches du calculateur associé au système avec plateforme stabilisée. Puis on présente le problème de vitesse de calcul qui s'impose et les critères de choix entre analyseur digital différentiel, calculateur séquentiel ou calculateur hybride.

Le dernier chapitre est consacré à l'étude des erreurs. A titre d'exemple on suppose que la centrale est utilisée pour le guidage d'un engin de moyenne portée, dont on définit quelques caractéristiques mécaniques. Les grandeurs d'erreurs pour le gyromètre intégrateur et l'accéléromètre sont calculées et les méthodes de compenser ces erreurs sont exposées. Puis les équations précises pour calculer l'erreur de guidage dû à l'erreur de la centrale "strapdown" sont développées. Enfin une méthode approximative pour calculer ces erreurs est développée, et les erreurs dues à la centrale strapdown sont déterminées pour la mission considérée.

Les résultats de cette étude sont présentés dans la conclusion, ainsi que des détails complémentaires sont donnés en trois annexes.

CHAPITRE I

GENERALITES

1. Définitions

La navigation par inertie d'un véhicule repose sur la mesure permanente de son vecteur d'accélération au moyen de dispositifs montés à bord du véhicule même, utilisant les propriétés d'inertie de la matière.

Un système de navigation par inertie se compose de :

- 1/ Une centrale-Inertielle
- et 2/ Un calculateur.

Le but de la centrale inertielle est de fournir les trois composantes d'accélération du véhicule dans un trièdre inertiel fixe dans l'espace, tandis que la fonction du calculateur est de traiter les signaux de sorties de la centrale pour déterminer la vitesse et la position du véhicule et résoudre les équations de navigation.

La centrale inertielle comprend deux types de senseurs inertiels, qui sont :

L'accéléromètre pour mesurer l'accélération,

Le gyroscope pour détecter l'orientation.

L'organisation conventionnelle d'une centrale, utilise trois accéléromètres linéaires, et trois gyroscopes

à un degré de liberté (ou deux gyroscopes de deux degrés de liberté).

Les accéléromètres forment un trièdre orthogonal et parallèle au trièdre formé par les gyros. Tous les senseurs sont fixés sur une plateforme qui est entourée par trois ou quatre cardans, pour l'isoler des mouvements du véhicule porteur.

Donc, au cours du vol, les accéléromètres fournissent la mesure des accélérations dans un trièdre inertiel défini par les gyroscopes et maintenu fixe dans l'espace par les cardans. Autrement dit, un mouvement angulaire de la plateforme est détecté par un ou plusieurs gyroscopes, qui fournissent les signaux nécessaires à contrôler (par l'intermédiaire des chaînes d'asservissements) les cardans, afin d'annuler les signaux de sortie des gyroscopes donc, maintenir l'orientation du trièdre accélérométrique fixe dans l'espace. Une telle organisation, présentée figure (1), est utilisée depuis longtemps et connue comme "Centrale à plateforme stabilisée", ou ; C.A.P.S.

Un système de navigation utilisant un C.A.P.S. dépend alors des dispositifs mécaniques (les cardans) pour maintenir le trièdre accélérométrique fixe dans l'espace, donc d'un système de poids et de volume élevés. D'autre part l'assemblage et la maintenance d'un tel système nécessitent des laboratoires très spéciaux qui rendent le coût "initial"

et le coût du maintien opérationnel assez chers.

Il a été envisagé un autre dispositif de centrale inertielle dans laquelle la plupart des parties mécaniques sont remplacées avantageusement par des systèmes électroniques; c'est la centrale Strapdown.

En principe, la centrale Strapdown, C.S.D., utilise les mêmes senseurs inertiels que le C.A.P.S., c'est-à-dire trois accéléromètres linéaires et trois gyroscopes à un degré de liberté qui sont fixés de la même façon sur une plateforme. Contrairement au C.A.P.S. la plateforme dans une C.S.D. est rigidement fixée à la structure du véhicule, ce qui conduit à l'élimination de tous les cardans et de leurs asservissements.

Par contre, le trièdre accélérométrique n'est plus fixe dans l'espace, mais il suit les mouvements angulaires du véhicule. Pour trouver les composantes d'accélération du véhicule selon le trièdre de calcul (trièdre fixe dans l'espace), il faut effectuer une opération de calcul, pour transformer les lectures accélérométriques du trièdre "véhicule" au trièdre de calcul. Les éléments de matrice de passage du trièdre "véhicule" au trièdre de calcul sont dérivés des signaux de sorties des gyroscopes. La figure (2) montre l'organisation d'un système strap-down. Un tel système possède des avantages et des inconvénients par rapport au système C.A.P.S., que l'on va exposer par la suite.

2. Avantages du Système Strapdown

Les avantages de la C.S.D. se reflètent sur la construction, les performances et la fiabilité du système de navigation :

1/ L'absence d'articulations élimine une partie encombrante (les cardans avec leur ~~moteur-couple~~, résolveur, chaînes d'asservissements et les électroniques associés...) qui permet de :

- a) Déduire le poids et le volume de la centrale ainsi que la puissance,
- b) Faciliter la procédure d'assemblage,
- c) Construire une centrale dont la géométrie n'est plus nécessairement symétrique ou sphérique comme dans le cas de C.A.P.S.
- d) Eliminer les problèmes de contrôle thermique des senseurs inertiels, ceux-ci n'étant plus fixés sur une plateforme tournante.

2/ Un système Strapdown, est un système de toutes attitudes (All-attitude), on a en effet remplacé le dispositif mécanique (cardans qui imposent des limitations sur les mouvements) par des dispositifs électroniques. D'autre part, de l'amélioration du contrôle thermique des senseurs inertiels, résultent, une meilleure stabilité des performances.

3/ Le M.T.B.F. de la C.S.D. est plus élevé de celui de la C.A.P.S. D'autre part, si un instrument de mesure

dans une C.A.P.S. tombe en panne, toute la centrale doit être remplacée. Par contre dans le cas de la C.S.D. seul l'instrument en panne est remplacé, étant donné que :

- a) les conditions d'alignement sont maintenues par la précision mécanique de la plateforme

et que :

- b) Un réglage électrique du calculateur soit effectué.

4/ Aussi, dans quelques cas, la C.S.D. est montée avec les axes des senseurs inertiels parallèlement aux axes du véhicule, dès que les signaux de sorties des senseurs sont utilisés pour le pilotage.

Avant d'exposer les inconvénients du système strap-down, écrivons ses équations de navigation.

3. Equations de Navigation du Système Strapdown

Commençons par établir l'équation de base de la navigation par inertie dans un trièdre inertiel quelconque OXYZ, donnée par :

$$\ddot{\mathbf{R}} = \bar{\gamma} + \bar{\phi} \quad (1)$$

avec :

$\ddot{\mathbf{R}}$ = La double dérivation de vecteur-position du véhicule

$\bar{\gamma}$ = L'accélération dû aux forces d'inertie,

$\bar{\phi}$ = " " de gravitation.

cù, $\bar{\gamma}$ est déterminée à partir de trois mesures accélérométriques,

$\bar{\phi}$ est calculé à partir de la position du véhicule obtenue par la double intégration de $\ddot{R}$.

Donc, pour résoudre équation (1) il suffit de déterminer les trois lectures accélérométriques, en amplitude et en directions.

Dans le cas du système avec C.A.P.S. la direction du trièdre accélérométrique est maintenue constante par les gyroscopes, donc les lectures des accéléromètres sont bien définies en amplitude et en directions.

Par contre, dans le cas du système strap-down, les accéléromètres sont fixés rigidement à la structure du véhicule. La lecture accélérométrique s'effectue ainsi dans un trièdre (V) lié au véhicule. Comme les coordonnées du véhicule ne sont pas utilisées dans la résolution des équations de navigation, il est nécessaire d'effectuer une transformation des signaux des accéléromètres dans le trièdre inertiel. En général cette transformation est faite par une procédure analytique, en calculant les éléments d'une matrice de transformation, M, (3 x 3) où :

$$\ddot{R} = [M] \bar{\gamma}_V + \bar{\phi} \quad (2)$$

$\bar{\gamma}_V$ = indique que la mesure d'accélération est effectuée dans un trièdre différent que ceux de $\bar{R}$ et de $\bar{\phi}$

$$\bar{\gamma} = [M] \bar{\gamma}_v \quad (3)$$

M = est la matrice de passage du trièdre "véhicule" au trièdre inertiel.

Plusieurs méthodes mathématiques ont été établies pour relier le trièdre véhicule (trièdre accélérométrique) au trièdre inertiel, afin de définir M (Voir annexe A). Chaque méthode représente un ensemble d'équations, parmi lesquelles on distingue :

1/ Trois angles d'Euler :

Ils représentent les rotations successives (ψ, θ, ϕ) autour des trois axes d'accéléromètres, suite à une séquence définie. Les éléments de la matrice M, prennent la forme :

$$\begin{matrix} \sin & \sin & \sin \\ \cos & \cos & \cos \end{matrix} \begin{matrix} \psi \\ \theta \\ \phi \end{matrix}$$

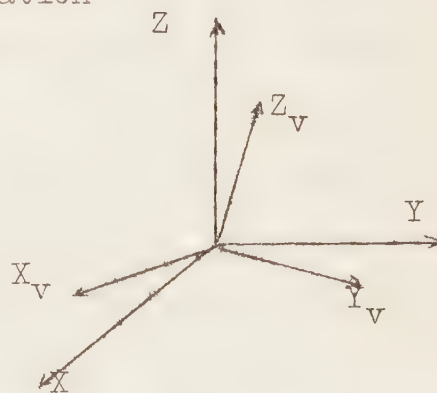
2/ Neuf Cosinus directeurs

Ils représentent l'orientation de l'axe de chaque accéléromètre par rapport aux trois axes inertiels

$$M^I_V = \begin{pmatrix} l_X & m_X & n_X \\ l_Y & m_Y & n_Y \\ l_Z & m_Z & n_Z \end{pmatrix} \quad (4)$$

$X_I \quad Y_I \quad Z_I$ = Trièdre inertiel

$X_V \quad Y_V \quad Z_V$ = Trièdre accéléro.



où, l_X l_Y l_Z sont les cosinus directeurs de l'axe X_V par rapport aux axes X_I Y_I Z_I .

Dans le choix de la méthode mathématique pour définir M , interviennent les deux faits suivants :

- 1) le dispositif d'attitude utilisé : Détecteur de vitesse ou détecteur d'attitude.
- 2) le type de calculateur utilisé pour résoudre ces équations : Calculateur séquentiel ou calculateur incremental (D.D.A.).

4. Conception du Système Strapdown

Le problème fondamental du système strapdown consiste en la détermination de la matrice de transformation et ses éléments en cours de vol, avec une précision et, une rapidité telles, que les erreurs dans les valeurs d'accélération calculées selon le trièdre inertiel soient de l'ordre de 10^{-3} g $\rightarrow$ 10^{-4} g.

Le calcul de la matrice M , s'effectue à partir des lectures de détecteurs d'orientation, donc, les différentes conceptions du système strapdown, repose sur le choix de ces détecteurs.

On peut distinguer deux cas :

- 1/ Cas de l'emploi du gyroscope libre, dont la lecture donne une indication d'attitude du

•

•

—

•

—

•

véhicule utilisée directement pour calculer M.

2/ Cas de l'emploi du senseur de vitesse angulaire, dont la sortie est intégrée pour calculer M.

Les différentes conceptions de systèmes S.D., sont présentées dans le texte qui suit, alors que Annexe (A) donne les équations nécessaires au calcul de M dans les différents cas.

A - Systèmes utilisant de Gyroscope libre

Si, le système strapdown est mécanisé en utilisant des gyroscopes à rotors libres, ces derniers ne fonctionnent plus en détecteurs de zéro, et doivent indiquer un large déplacement angulaire avec une grande précision. Les gyroscopes conventionnels ne répondant pas à ces besoins, seul le gyroscope à suspension électrique peut avoir la précision nécessaire.

Le gyroscope à suspension électrique (Electrically Suspended Gyro : E.S.G.) se compose d'une sphère en métal isolé du champ magnétique et suspendue dans le vide à l'intérieur de son boîtier, grâce à un fort champ électrique. La sphère est mise en rotation initialement par induction électrique (Induction Motor theory).

Des détecteurs optiques de type "microscope photoélectrique" surveillent des courbes dessinées sur la sphère. La sortie indique le déplacement de l'axe de la topie (sphère)

par rapport au boîtier. En utilisant plusieurs détecteurs fixés sur le boîtier, le signal de sortie peut être fonction du cosinus de l'angle que fait l'axe de rotation par rapport à l'axe du boîtier.

Les avantages de tel gyroscope sont :

- 1/ Sustentation électrique, donc réduction des frottements de sustentation conduisant à des dérives de 0.001 à 0.0001 degrés/heure.
- 2/ La sortie est proportionnelle au cosinus de l'angle d'attitude, donc directement utilisée pour calculer M.

Les inconvénients sont :

- 1/ Nécessité d'un champ électrique très élevé pour des accélérations supérieures à 1 g.
- 2/ Peu fiable à cause des méthodes électriques de suspension.

La Fig (3) montre un système S.D. utilisant un tel gyroscope, où on peut remarquer la simplicité du calcul.

B - Systèmes utilisant des senseurs de vitesse

Parmi les différents systèmes, utilisant des senseurs de vitesse, on distingue : les systèmes avec détecteurs conventionnels :

- 1/ Système avec trois gyromètres flottants,
- 2/ Système avec trois plateformes à "single-axe".

imposent des limitations à ce système.

-3. Système avec Six P.G.A.

Le P.G.A. (Pendulous Gyro Accéléromètre) représenté par Fig (6) comprend un gyroscope à un degré de liberté modifié de la façon suivante :

- a) L'élément gyroscopique qui contient le rotor est volontairement déséquilibré par l'adjonction d'un balourd le long de l'axe de rotation de la toupie.
- b) Le boîtier du gyroscope est monté sur une plateforme à un seul axe, avec l'axe d'entrée du gyro parallèle à l'axe de la plateforme.

La sortie du senseur est fonction de l'accélération linéaire, et de l'orientation angulaire.

Dans ce système on utilise six P.G.A. Parallèlement à chaque axe de mesure on fixe 2 P.G.A. dos-à-dos dans le même alignement; la sortie de chaque P.G.A. est proportionnelle :

- a) A l'accélération linéaire du véhicule (parallèle à l'axe d'entrée),
- b) A la vitesse angulaire autour de l'axe d'entrée.

Par la somme et la différence simultanée des deux sorties de chaque paire, on obtient deux signaux proportionnels aux vitesses angulaires et à l'accélération du véhicule. La limitation d'un tel système est imposée par la linéarité du détecteur ainsi que par la nécessité d'alignement précis de chaque paire de P.G.A., par rapport à l'axe d'entrée.

-4. Système à Gyromètre à Laser

Le gyromètre à Laser est un dispositif statique, capable de mesurer des rotations angulaires dans l'espace sans utiliser une toupie comme les gyros conventionnels. Sa fonction est basée sur le principe que le laser est un amplificateur de lumière. En Annexe (B) nous montrons l'aspect technologique d'un tel gyro.

La conception d'un système strapdown utilisant ce dispositif est en principe identique au système utilisant le gyromètre flottante.

Les avantages de ce dispositif s'annoncent comme suit :

- i / Gyromètre insensible aux accélérations ou vibrations
- ii / Ne comportant aucune partie tournante
- iii / Sortie se présentant sous forme digitale, de fréquence liée à la vitesse angulaire
- iv / Dynamique étendue, sans limitations sur la vitesse angulaire
- v / Mise en opération instantanée

Inconvénients du système :

- i / La dimension doit être grande pour obtenir une bonne résolution (Pour un gyromètre à laser triangulaire de 15 cm de côté, on obtient une résolution de 0.25 seconde d'arc).
- ii / Seuil de mesure limité à cause du phénomène de couplage entre les deux ondes optiques à faible niveau d'entrée.

Récapitulation.

De l'exposé précédent il ressort que :

Les différents systèmes strapdown dépendent du choix du senseur d'orientation. En général le choix des accéléromètres ne pose aucune restriction sur la conception du système : Autrement dit, le système est conçu selon le type du senseur d'orientation, puis l'accéléromètre est choisi dès que son taux d'erreurs est compatible avec la précision du senseur d'orientation.

-5. Problèmes du Système Strapdown

L'utilisation du système strapdown est limitée par le fait que ce système pose quelques problèmes dont voici le résumé :

A. Problème du choix des senseurs inertiels

Comme nous l'avons signalé au paragraphe (4), le problème fondamental du système strapdown, reste dans le choix du capteur d'orientation. Même, si on limite le choix entre les détecteurs conventionnels, qui sont déjà étudiées et perfectionnées (gyromètre flottante ou plateforme à single-axe) on trouve que leurs performances sont détériorées par le fait qu'ils sont soumis à des mouvements angulaires apparaissant simultanément autour de tous leurs axes. Ce qui oblige à tenir compte des 3 composantes de vitesses angulaires, en traitant du fonctionnement de chaque gyromètre.

Aussi, les accéléromètres, normalement chargés d'une mesure linéaire, sont soumis à des rotations importantes en amplitude et en vitesse.

Pour réduire ces erreurs :

- 1°/ On doit utiliser des senseurs spéciaux propres à la centrale strapdown
- 2°/ Mesurer les vitesses angulaires du véhicule pour générer des signaux correcteurs.

Les problèmes de senseurs inertiels sont étudiés aux chapitres II et III.

D'autre part, les senseurs inertiels pour la C.S.D. doivent présenter une excellente stabilité à long terme; comme pour la centrale montée dans le véhicule, on ne peut pas déterminer les coefficients de calibration lors d'un dernier réglage avant le vol (comme dans le cas de la C.A.P.S.).

N.B. La mesure des coefficients de calibration d'une C.S.D. nécessite le placement de la centrale dans des positions définies au préalable par rapport au champ de gravitation et à un vecteur "vitesse" précis.

B. Vitesse de calcul

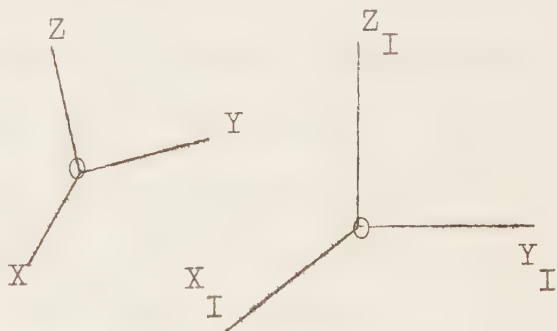
Le calculateur pour un système strapdown doit effectuer en permanence des opérations de passage entre les axes du véhicule et les axes inertiels, à une vitesse compatible avec le mouvement du véhicule. Effectuer ces calculs et en même temps effectuer les calculs conventionnels de

navigation, ce qui impose de sévères exigences du point de vue de la vitesse du calculateur. Dans plusieurs cas la vitesse d'un calculateur séquentiel répondant insuffisamment à ces nécessités un calculateur incrémental (A.D.D.) peut être utilisé. Les tâches du calculateur ainsi que les différentes conceptions sont étudiées au chapitre (IV).

C. Problème d'alignement initial

Dans un système de navigation par inertie, le but d'alignement initial est d'orienter le trièdre accélérométrique (ou trièdre de mesure) au trièdre de calcul. Le trièdre de calcul peut être inertiel, terrestre, ou autre. Nous allons considérer le cas du trièdre de calcul inertiel, avec le point de lancement comme origine. (Launch Centered Inertial System).

Nous avons $(OXYZ)_I$ représentant le trièdre de calcul; avec, OX_I et OY_I horizontal et OZ_I dans la direction du but.



D'autre part $OXYZ$ représente le trièdre accélérométrique que l'on doit aligner avec $(OXYZ)_I$ avant le vol. Les procédures d'alignement comprennent deux manoeuvres :

- i) Alignement en horizontal

Avec le champ de gravitation comme entrée.



- ii) Alignement en Azimut, c'est-à-dire dans la direction du but. La direction du but est définie par rapport à la direction du Nord, cette dernière étant déterminée par la méthode classique du gyrocompas ou par une référence optique extérieure.

Dans le cas d'un système avec C.A.P.S. la plateforme peut être orientée dans toutes positions grâce au système d'asservissement des cardans. Le système est mis dans le mode "Alignement" où les sorties des accéléromètres X et Y et du gyro d'azimut, contrôlent les positions des cardans dès que la plateforme est alignée, mécaniquement, avec le trièdre OXYZ parallèle au trièdre $(OXYZ)_I$.

Dans le cas du système strapdown, il est évident qu'on ne peut pas asservir la plateforme, celle-ci étant liée directement au véhicule. C'est alors la matrice de transformation (M) en mémoire dans le calculateur, définissant l'orientation du trièdre accélérométrique (trièdre de mesure) par rapport au trièdre de calcul, que l'on modifiera.

Afin de concrétiser nos idées, considérons l'exemple suivant :

Nous allons fixer sur la plateforme S.D. un cube représentant le trièdre $(OXYZ)_I$. Les angles entre le trièdre $(OXYZ)_I$ (représentés par le cube) et le trièdre OXYZ sont mesurés en laboratoire par des moyens optiques et électriques. Donc, les valeurs des éléments de (M) sont calculés et affichés

dans le calculateur.

Aussi, un prisme optique à réflexion totale (poroprisme) est monté sur la plateforme avec la possibilité de tourner autour d'un axe parallèle à l'axe OZ, par un système d'asservissement. Son détecteur d'angle, indique zéro si la surface à réflexion est parallèle au plan OYZ.

Alors, l'alignement initial est effectué pour mesurer les sorties des accéléromètres, s'ils ne correspondent pas aux valeurs initiales c'est-à-dire (0, 0, 1) g, des corrections sur les valeurs de M sont nécessaires.

Aussi, utilisant une référence optique externe qui indique la direction du but, avec le poro-prisme on peut mesurer l'angle à tourner en azimut, donc, corriger, par un angle correspondant, les valeurs de M.

En général, la procédure d'alignement s'effectue par approximations successives (itérations), où chaque itération comprend deux manoeuvres :

- a) alignement en horizontale,
- b) alignement en azimut.

De ce qu'on vient d'écrire, les problèmes d'alignement initial pour un système S.D. posent les problèmes suivants.

1/ Comme les accéléromètres sont liés directement au véhicule, ils sont soumis aux vibrations et aux mouvements du vent. Leur sortie doit être filtrée avant leur utilisation pour l'alignement en horizontal.



2/ Les corrections faites successivement sur les éléments de matrice M , peuvent déséquilibrer cette matrice et faire qu'elle ne soit plus orthonormale. Donc, des essais de vérifications puis de corrections pour que cette matrice reste toujours orthonormale, sont nécessaires (procédure s'effectuant par ordinateur au sol).

Etant donné que la précision avec laquelle on doit aligner le trièdre de calcul par rapport au but est de l'ordre de 3 minutes d'arc, on est en droit d'espérer une précision; à la fois : en laboratoire et avant le vol, compatible avec la précision imposée.

CHAPITRE II

ETUDE DES SENSEURS D'ORIENTATION

1. Généralités

Au premier chapitre, nous avons défini les systèmes Strapdown, leurs avantages et leurs inconvénients par rapports aux systèmes conventionnels utilisant une centrale à plateforme stabilisée.

Aussi, on a exposé les différentes possibilités de conception du système strapdown, où l'on a conclu que la mécanisation repose sur le choix du senseur d'orientation. Parmi les différentes mécanisations on distingue les systèmes utilisant des senseurs conventionnels déjà étudiés et perfectionnés (ex. le gyroscope flottant à un degré de liberté) et autres systèmes utilisant de nouveaux senseurs en cours de développement (ex. le gyromètre à laser, ou le gyroscope à suspension électrique).

Dans ce chapitre, nous allons étudier en détail un des senseurs conventionnels, c'est-à-dire le gyroscope flottant à un degré de liberté, et les deux possibilités de l'utiliser dans un système strapdown.

- 1/ En boucle fermée
- ou - 2/ Monté sur une plateforme à "single-axe".

Nous ferons ensuite une comparaison entre les deux modes d'opération.

2. Etude de base sur le Gyroscope à un degré de liberté

Il existe différents types de gyroscopes à un degré de liberté : ceux-ci reposent sur la méthode de sustentation limitée en pratique à trois catégories, à savoir :

- a) Sustentation par flottaison dans un liquide de l'anneau du cardan,
- b) Sustentation hydrostatique,
- c) Sustentation par roulement à billes.

Nous nous limiterons ici à l'étude du gyro flottant qui est le plus couramment utilisé dans les centrales inertielles.

A. Construction

Un gyro flottant (voir Fig. 7) se compose de :

- i / un moteur gyroscopique, dont le rotor ou (toupie), tourne à une vitesse synchrone de 12.000 à 24.000 t/mn. On emploie diverses tensions d'excitation à 400 Hz, à deux ou trois phases.
- ii / Un flotteur cylindrique étanche qui contient le moteur gyroscopique et qui peut tourner autour d'un axe perpendiculaire à celui du rotor.

La densité de l'élément flottant est la même que celle du liquide qui l'entoure dans le boîtier de l'instrument.

Les pivots utilisés sont montés sur rubis synthétiques permettant de centrer radialement et axialement l'élément flottant dans le boîtier.

Le liquide porteur (poussée d'Archimède) réduit non seulement le frottement au maximum, mais assure aussi un amortissement efficace. La densité du liquide porteur est maintenue constante par contrôle de sa température en utilisant un système de chauffage et de régulation,

- iii / Un boîtier hermétiquement étanche qui contient le tout, avec sa face extérieure usinée avec précision permet le montage et l'orientation de l'axe d'entrée.
- iv / Un détecteur du type à induction monté à l'une des extrémités du gyroscope fournit un signal proportionnel à la précession angulaire du flotteur par rapport au boîtier.
- v / Un moteur couple à courant continu monté à l'autre extrémité du gyroscope permet d'appliquer le couple extérieur au flotteur

B. Notations et lois fondamentales

- i / Moment cinétique (H)

Le moment cinétique d'un solide de moment d'inertie (I) tournant à une vitesse angulaire (w) est donné par l'équation :

$$H = I w \quad (5)$$



ii / Principe de précession du gyro.

Une entrée en vitesse angulaire Ω produit une sortie en couple C où

$$C = H \Omega \quad (6)$$

Et vice-versa, une entrée en couple produit une sortie en vitesse angulaire.

(C , H et Ω , forment un trièdre orthogonal).

iii / L'équation fondamentale de moment cinétique.

$$\bar{C} = \bar{H} = I \ddot{\theta} \quad (7)$$

iv / Les trois trièdres du gyroscope sont représentés

Fig. (8) et définis comme suit :

- Le Trièdre du flotteur;

Définit par les vecteurs unitaires $\bar{U}_r$, $\bar{U}_e$, $\bar{U}_s$ et supposé parfaitement rigide avec r , l'axe de rotation de la toupie.

- Le Trièdre du Boitier;

Définit par $\bar{U}_x$, $\bar{U}_y$, $\bar{U}_z$ avec :

y : axe d'entrée,

z : axe de sortie,

x : axe de référence de la toupie.

- Le Trièdre inertiel;

Définit par $\bar{U}_{XI}$, $\bar{U}_{YI}$, $\bar{U}_{ZI}$ et considéré fixe dans l'espace.

Le trièdre du flotteur et le trièdre du boitier différés par l'angle de sortie θ ; (négligeant les mésaligne-

ment entre flotteur et boîtier), on a donc :

$$\begin{pmatrix} \bar{U}_x \\ \bar{U}_y \\ \bar{U}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{U}_r \\ \bar{U}_e \\ \bar{U}_s \end{pmatrix} \quad (8)$$

v/ On peut définir également le trièdre du véhicule par les vecteurs unitaires $\bar{U}_X$, $\bar{U}_Y$ et $\bar{U}_Z$ supposés parfaitement rigides au véhicule et tournant avec lui, donc :

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_V &= \text{la vitesse angulaire inertielle du véhicule} \\ &= w_X \tilde{\bar{U}}_X + w_Y \bar{U}_Y + w_Z \bar{U}_Z \end{aligned} \quad (9)$$

vi/ Quelques notations.

H = moment cinétique de la toupie = $I_t w$.

$\bar{H}_f$ = m.c. total du flotteur celui de toupie y compris.

$\bar{H}_b$ = m.c. total du boîtier celui de flotteur y compris.

$\bar{\omega}_f$ = vitesse angulaire inertielle du trièdre flotteur

$\bar{\omega}_b$ = vitesse angulaire inertielle du trièdre boîtier.

I_r, I_e, I_s = moments d'inertie du flotteur autour des axes respectifs r, e, s.

I_x, I_y, I_z = moment d'inertie du boîtier autour des axes respectifs x, y, z.

B. Equations du Gyroscope

Pour analyser la réponse du gyroscope à un degré



de liberté, nous allons trouver les équations des couples appliqués autour de l'axe de sortie et de l'axe d'entrée (équation de sortie et équation d'entrée).

Nous allons considérer que le gyro est soumis aux rotations angulaires autour des trois axes (x, y, z) simultanément, puis nous appliquerons l'équation générale du moment cinétique d'abord sur le flotteur ensuite sur le boîtier.

i / Equation de Sortie

Equation générale du moment cinétique appliquée sur le flotteur :

$$\bar{C}_f = (\dot{\bar{H}}_f)_f = (\ddot{\bar{H}}_f)_f + \bar{w}_f \wedge (\bar{H}_f)_f \quad (10)$$

calculons les différents termes de cette équation :

$\bar{H}_f$ = moment cinétique de la toupie + m.c. du flotteur

$$\bar{H}_f = I_t \bar{w} + T_f \bar{w}_f \quad (11)$$

avec T_f = Tenseur d'inertie du flotteur =

$$\begin{vmatrix} I_r & 0 & 0 \\ 0 & I_e & 0 \\ 0 & 0 & I_s \end{vmatrix}$$

$\bar{w}_f$ = Vecteur vitesse angulaire inertielle du flotteur

= Vitesse du boîtier + vitesse relative flotteur - boîtier

$$= \bar{w}_b + \dot{\theta} \bar{U}_s$$

$$= w_x \bar{U}_x + w_y \bar{U}_y + w_z \bar{U}_z + \dot{\theta} \bar{U}_s$$

$$= w_x (\bar{U}_r \cos \theta - \bar{U}_e \sin \theta) + w_y (\bar{U}_r \sin \theta + \bar{U}_e \cos \theta) + w_z \bar{U}_s + \dot{\theta} \bar{U}_s$$

$$= (w_x \cos \theta + w_y \sin \theta) \bar{U}_r + (w_y \cos \theta - w_x \sin \theta) \bar{U}_e + (w_z + \dot{\theta}) \bar{U}_s \quad (12)$$



Donc :

$$T_f \bar{w}_f = I_r (w_x \cos \theta + w_y \sin \theta) \bar{U}_r + I_e (w_y \cos \theta - w_x \sin \theta) \bar{U}_e + I_s (w_z + \dot{\theta}) \bar{U}_s$$

Substituons dans l'équation (11) :

$$\bar{H}_f = \left[I_t w + I_r (w_x \cos \theta + w_y \sin \theta) \right] \bar{U}_r + I_e (w_y \cos \theta - w_x \sin \theta) \bar{U}_e + I_s (w_z + \dot{\theta}) \bar{U}_s \quad (13)$$

Normalement on utilise un asservissement efficace, donc θ est maintenu petit, donc équations (12) et (13) deviennent :

$$\bar{w}_f = (w_x + \theta w_y) \bar{U}_r + (w_y - \theta w_x) \bar{U}_e + (w_z + \dot{\theta}) \bar{U}_s \quad (14)$$

$$\bar{H}_f = \left[I_t w + I_r (w_x + \theta w_y) \right] \bar{U}_r + I_e (w_y - \theta w_x) \bar{U}_e + I_s (w_z + \dot{\theta}) \bar{U}_s \quad (15)$$

Par substitution des équations (14) et (15) dans l'équation (10) on obtient l'équation générale du couple appliqué au flotteur; de laquelle on trouve 3 équations linéaires pour le couple appliqué autour de chacun des axes r, e, et s.

C'est le couple autour de l'axe s qui nous intéresse, donc :

$$\frac{d}{dt} (\bar{H}_f) = I_s (\dot{w}_z + \ddot{\theta}) \text{ par rapport à l'axe s}$$

Aussi la composante de $\bar{w} \wedge \bar{H}_f$ suivant $\bar{U}_s$ est donné par

$$(w_x + \theta w_y) (w_y - \theta w_x) I_e - (w_y - \theta w_x) \left[I_t w + I_r (w_x + \theta w_y) \right]$$



Donc le couple autour de l'axe s s'écrit :

$$(C_f)_s = I_s (\dot{w}_z + \ddot{\theta}) - I_t w (w_y - \theta w_x) - (I_r - I_e) (w_x + \theta w_y) (w_y - \theta w_x) \quad (16)$$

Pour les autres couples appliqués sur le flotteur, mettons :

$f \dot{\theta}$ = le couple de frottement visqueux

$k \theta$ = le couple élastique

C_m = le couple appliqué par le moteur couple

C_p = couple parasite

avec $\sum (C_f)_s = 0$, on obtient :

$$-f \dot{\theta} - k \theta + C_m + C_p = I_s (\dot{w}_z + \ddot{\theta}) - H (w_y - \theta w_x) - (I_r - I_e) (w_x + \theta w_y) (w_y - \theta w_x)$$

donc, l'équation des couples appliqués au flotteur selon l'axe s

$$I_s \ddot{\theta} + f \dot{\theta} + k \theta = H w_y + C_m + C_p - H \theta w_x - I_s \dot{w}_z + (I_r - I_e) (w_x + \theta w_y) (w_y - \theta w_x) \quad (17)$$

En utilisant la transformation de Laplace;

$$\theta = \frac{H p w_y + C_m + C_p - H \theta w_x - I_s \dot{w}_z + (I_r - I_e) (w_x + \theta w_y) (w_y - \theta w_x)}{I_s p^2 + f p + k} \quad (18)$$

Le premier terme d'équation (18) est appelé, fonction de transfert de gyroscope, c'est-à-dire :

$$\frac{\theta}{\phi_y} = \frac{H p}{I_s p^2 + f p + k} \quad (19)$$



En résumé, équation (17) est l'équation de sortie du gyroscope, quelquefois appelée, équation des couples appliqués sur le flotteur autour de l'axe de sortie.

ii / Equation d'Entrée.

L'équation générale du moment cinétique appliquée sur le boîtier :

$$\bar{C}_b = (\dot{\bar{H}}_b)_i = (\dot{\bar{H}}_b)_b + \bar{\omega}_b \wedge \bar{H}_b \quad (20)$$

$\bar{H}_b$ = moment cinétique du flotteur + m.c. du boîtier

$$= \bar{H}_f + T_b \bar{\omega}_b \quad (21)$$

$\bar{H}_f$; est donné par équation (17) dans les axes (r, e, s).

Utilisant l'inverse des relations données par l'équation (8), on trouve $\bar{H}_f$ selon les axes (x, y, z); donc :

$$\begin{aligned} \bar{H}_f = & \left[I_t \bar{\omega} + I_r (\bar{\omega}_x + \theta \bar{\omega}_y) - \theta I_e (\bar{\omega}_y - \theta \bar{\omega}_x) \right] \bar{U}_x \\ & + \left[I_t \bar{\omega} \theta + I_r \theta (\bar{\omega}_x + \theta \bar{\omega}_y) + I_e (\bar{\omega}_y - \theta \bar{\omega}_x) \right] \bar{U}_y \\ & + I_s (\bar{\omega}_z + \dot{\theta}) \bar{U}_z \end{aligned} \quad (22)$$

$$T_b = \text{Tenseur des moments d'inertie du boîtier} = \begin{vmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{vmatrix}$$

$$\bar{\omega}_b = \bar{\omega}_x \bar{U}_x + \bar{\omega}_y \bar{U}_y + \bar{\omega}_z \bar{U}_z \quad (23)$$

$$\text{Donc : } T_b \bar{\omega}_b = I_x \bar{\omega}_x \bar{U}_x + I_y \bar{\omega}_y \bar{U}_y + I_z \bar{\omega}_z \bar{U}_z \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_b = & \left[I_t \bar{\omega} + (I_r + I_x) \bar{\omega}_x \right] \bar{U}_x + \left[I_t \bar{\omega} \theta + (I_e + I_y) \bar{\omega}_y \right] \bar{U}_y \\ & + \left[I_s \dot{\theta} + (I_s + I_z) \bar{\omega}_z \right] \bar{U}_z \end{aligned}$$

Admettons que :

$I_e \cong I_r$; et que Θ^2 est petit, l'équation de $\bar{H}_b$

se simplifie :

$$\bar{H}_b = \left[I_t \dot{w} + (I_r + I_x) w_x \right] \bar{U}_x + \left[I_t \dot{w} \Theta + (I_e + I_y) w_y \right] \bar{U}_y + \left[I_s \dot{\Theta} + (I_s + I_z) w_z \right] \bar{U}_z \quad (25)$$

Substituons les équations (23) et (25) dans (20),

on obtient l'équation générale, pour le couple appliqué au boîtier, de laquelle on trouve 3 équations linéaires pour les couples appliqués autour de chacun des axes x, y et z.

C'est le couple autour de l'axe "y" qu'on cherche.

En conséquence :

$$(C_b)_y = \left[I_t \dot{w} \Theta + I_t \dot{w} \dot{\Theta} + (I_e + I_y) \dot{w}_y \right] + \left[I_t \dot{w} + (I_r + I_x) w_x \right] w_z - \left[(I_s + I_z) w_z + I_s \dot{\Theta} \right] w_x \quad (26)$$

L'équation (26) est celle du couple autour de l'axe d'entrée, ou l'équation d'entrée du gyroscope.

Admettons que :

$$\dot{w} = 0 \quad ; \quad I_r = I_s \quad \text{et} \quad I_x = I_z$$

L'équation (21) se simplifie ;

$$(C_b)_y = (I_e + I_y) \dot{w}_y + H (w_z + \dot{\Theta}) + I_s \dot{\Theta} w_x \quad (27)$$

en utilisant la transformation de Laplace :

$$w_y = \frac{(C_b)_y - H (w_z + \dot{\Theta}) - I_s \dot{\Theta} w_x}{(I_e + I_y) p} \quad (28)$$



3. Gyroscope en boucle fermée :

L'un des moyens d'utiliser le gyroscope à un degré de liberté dans une centrale strap-down consiste à :

- i / Monter le gyro directement sur le véhicule, ce qui implique que le trièdre du boîtier est fixe par rapport au trièdre du véhicule.

Considérant que les deux trièdres sont parallèles, nous avons :

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_X \\ \bar{U}_Y \\ \bar{U}_Z \end{bmatrix} = (I) \begin{bmatrix} U_x \\ \bar{U}_y \\ \bar{U}_z \end{bmatrix} \quad (29)$$

où (I) = matrice unitaire

- ii / Boucler le signal du détecteur au moteur couple.

A/ Fonctionnement du gyroscope

Le gyromètre intégrateur est utilisé en boucle fermée en appliquant le signal de sortie du détecteur au moteur couple, par l'intermédiaire d'un circuit analogique ou digital. Le cas général est représenté Fig. (9). Une vitesse angulaire w_y appliquée autour de l'axe d'entrée, produit un couple (Hw_y) autour de l'axe de sortie, le flotteur se déplace donc d'un angle θ de sa position de "nul", générant un signal à la sortie du détecteur.

Dans le cas d'une boucle analogique, Fig (10), le signal du détecteur est appliqué sur un amplificateur linéaire qui



fournit au moteur couple le courant nécessaire pour établir un couple sur le flotteur afin d'annuler le signal de sortie du détecteur.

Le courant du moteur couple est fonction de la vitesse angulaire d'entrée.

D'autre part, utilisant une boucle digitale (Fig 11) le signal du détecteur est appliqué sur un circuit logique. Quand le signal du détecteur dépasse le seuil du circuit logique, ce dernier transmet au générateur d'impulsion un signal (+) ou (-) suivant le sens de (θ). Le générateur d'impulsion transmet au moteur couple une impulsion dont l'aire est fixé au préalable. Chaque impulsion exerce un incrément de couple sur le flotteur. La somme des impulsions de courant pendant une certaine période de temps, représente le couple moyen appliqué sur le flotteur pendant la même période. La série d'impulsions se poursuit jusqu'à ce que la somme des couples appliqués sur le flotteur soit nulle. (Le couple dû à la vitesse angulaire suivant l'axe d'entrée est égale au couple généré par le moteur couple).

Pour analyser ce mode d'opération, reprenons l'équation (19) pour le cas d'un gyromètre intégrateur idéal, donc :

$$I_s \ddot{\theta} + f \dot{\theta} = H w_y - C_m + C_p \quad (30)$$

soit : $C_m = \alpha i$ avec : α = Facteur d'échelle du moteur couple

i = courant



$$\frac{\infty}{H} i = w_y + \frac{C_p}{H} - \frac{I}{H} (I_s \ddot{\theta} + f \dot{\theta}) \quad (31)$$

mettons Δt = la durée d'une impulsion, puis intégrons équation (31) pour une période :

$$\begin{aligned} \Delta t &= (t_2 - t_1) \\ \int_{t_1}^{t_2} \frac{\infty}{H} i \, dt &= \int_{t_1}^{t_2} w_y \, dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{C_p}{H} \, dt - \frac{I_s}{H} \int_{t_1}^{t_2} \ddot{\theta} \, dt - \frac{f}{H} \int_{t_1}^{t_2} \dot{\theta} \, dt \\ \frac{\infty}{H} \int_{t_1}^{t_2} i \, dt &= \int_{t_1}^{t_2} w_y \, dt + \frac{I}{H} \int_{t_1}^{t_2} C_p \, dt - \frac{I_s}{H} (\dot{\theta}_{t_2} - \dot{\theta}_{t_1}) - \frac{f}{H} (\theta_{t_2} - \theta_{t_1}) \quad (32) \end{aligned}$$

Admettons que :

- 1) Les couples parasites soient compensés, c'est-à-dire $C_p \approx 0$
- 2) La position moyenne du flotteur soit nulle ou autour de zéro,

les deux derniers termes d'équation (32) sont nuls :

$$\therefore \frac{\infty}{H} \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} i \, dt = \int_{t_1}^{t_1 + \Delta t} w_y \, dt \quad (33)$$

$$\frac{\infty}{H} (i \Delta t) = \Delta \phi_y \quad (34)$$

L'équation (34) montre que chaque impulsion de courant $(i \Delta t)$ représente un incrément d'attitude, et que la somme des impulsions représente la vitesse angulaire d'entrée.

B. Limitation d'utilisation

La limitation dans l'utilisation du gyromètre intégrateur en boucle fermée est imposée par :



- 1/ La précision demandée pour la mission,
- 2/ Les caractéristiques du moteur couple,
- 3/ Les caractéristiques du générateur d'impulsions.

La précision de mission dépend de la précision de mesure de la vitesse angulaire. Comme $\Delta \phi$ représente la "quantisation" de mesure de vitesse, on a intérêt à réduire sa valeur au minimum afin d'avoir la meilleure précision.

Réduire $\Delta \phi$ a deux effets :

- a) Le générateur d'impulsions doit fournir des impulsions à cadence plus élevée.

Ici nous sommes limités par les caractéristiques des composants électroniques du générateur, ainsi que par la linéarité du moteur couple.

- b) La vitesse du calculateur doit augmenter.

$$(\text{vitesse de calcul} = \frac{w_{\text{max.}}}{\Delta \phi})$$

D'autre part, augmenter la valeur de $\Delta \phi$

- a) Diminuer la précision, un algorithm d'ordre plus élevé est donc nécessaire, ce qui conduit à un programme plus compliqué.
- b) Le poids d'une impulsion, devient important, c'est-à-dire que la perte ou l'addition d'une impulsion à l'entrée du calculateur (e.g. dû bruit), résulte d'une dégradation importante à la précision.

Autrement dit, $\Delta \phi$ a une valeur optimum contrôlée par, la vitesse du calculateur, la capacité et la linéarité du moteur couple.

Afin de fixer les idées, prenons un exemple numérique, où la vitesse maximum du véhicule, ($w_{\max.} = 60$ degrés/sec.) doit être mesurée avec une précision de 10^{-4} , c'est-à-dire $\Delta \phi = 20$ secondes d'arc. Donc la vitesse de calcul nécessaire est : 10.800 iteration / sec. (Temps d'une itération $\cong 100$ micro-secondes).

Aussi le moteur couple doit avoir une linéarité de 10^{-4} pour une entrée de 10.800 impulsions/sec.

Le générateur d'impulsions doit fournir des impulsions avec une aire constante de précision : 10^{-4} . Admettons que le courant est maintenu stable à la précision de 10^{-4} , nous allons calculer l'erreur max. admissible sur le temps d'une impulsion. Reprenons l'exemple numérique ci-dessus, où la durée d'une impulsion est :

$$t = \frac{1}{2 (10800)} = 50 \text{ micro-secondes. L'erreur max. admissible}$$

en Δt , est donc égale à 0,005 micro-seconde, ce qui montre les qualités du générateur en précision et en stabilité.

C. Modèle mathématique d'erreur du Gyro

Pour trouver le modèle mathématique d'erreur du gyromètre intégrateur utilisé dans une centrale strapdown, nous allons calculer les couples appliqués autour de son axe de

sortie quand le véhicule porteur est soumis aux accélérations et aux vitesses suivantes :

$$\text{accélérations linéaires} = a_X, a_Y, a_Z$$

$$\text{accélérations angulaires} = \dot{w}_X, \dot{w}_Y, \dot{w}_Z$$

$$\text{Vitesses angulaires} = w_X, w_Y, w_Z$$

L'équation de ces couples s'écrit par :

$$\begin{aligned} \text{Couples} = & \sum Ba + I_s \dot{w}_Z + H w_X \Theta - H w_Y + H f \left(\frac{\Theta}{d} \right) w_Z + (I_r - I_e)(1 - \Theta^2) w_X w_Y \\ & + (I_r - I_e) \Theta (w_Y^2 - w_X^2) + I_s \ddot{\Theta} + f \Theta + C_m \\ & + (S + H \zeta w_Y + H \frac{\lambda \xi}{\pi} w_Y) + C_p \end{aligned} \quad (35)$$

où :

$\sum Ba$ = couples dû aux balourds suivant les axes x et y et fonction d'accélérations linéaires

$I_s \dot{w}_Z$ = couple dû à l'accélération autour de l'axe de sortie.

$H w_X \Theta$ = couple dû à w_X ; (couplage autour de l'axe x)

$H w_Y$ = couple dû à w_Y ; couple idéal dû à la vitesse d'entrée

$H f \left(\frac{\Theta}{d} \right) w_Z$ = couple dû à w_Z ; voir remarque (2)

$(I_r - I_e)(1 - \Theta^2) w_X w_Y$ = couple dû à "l'aniso-inertie"

$(I_r - I_e) \Theta (w_Y^2 - w_X^2)$ = couple dû au couplage "aniso-inertie"

$I_s \ddot{\Theta}$ = couple d'inertie

$f \Theta$ = couple de frottement visqueux.



C_m	= couple idéal de moteur couple = $i \propto$
S	= couple dû seuil du moteur couple.
$H \int w_Y$	= couple dû erreur de facteur d'échelle du moteur couple
$H \frac{2\varepsilon}{\pi} w_Y$	= couple dû désymétrie (ε), du moteur couple.
C_p	= couple parasite.

Sachant que les couples idéals appliqués autour de l'axe de sortie du gyro pour un système strapdown, sont donnés par :

$$\text{Couples idéals} = H w_Y + C_m \quad (36)$$

on peut considérer, donc, tous les autres termes de l'équation (35), comme termes d'erreur. En conséquence, la dérive signalée par ces couples d'erreurs est :

$$\begin{aligned} (w_d)_Y = & \varepsilon B a + \frac{I_s}{H} w_Z + a w_X + f \left(\frac{\emptyset}{d} \right) w_Z + (I_r - I_e) w_X w_Y / H \\ & - \frac{I_r - I_e}{H} e (w_Y^e - w_X^e) - \left(\frac{C}{H} + \int w_Y + \frac{2\varepsilon}{\pi} w_Y \right) + \frac{C_p}{H} \quad (37) \end{aligned}$$

(remarque 1 : les termes $I_s \ddot{\theta}$ et $f a$, déterminent la réponse dynamique du gyro).

L'équation (37) montre que, afin de réduire ces erreurs, le gyro pour une centrale strapdown doit avoir les caractéristiques suivantes :

1. Les valeurs I_r et I_s doivent être très voisines l'une de l'autre. (un gyro symétrique est préférable).
2. Le moteur couple doit avoir une excellente linéarité et stabilité.
3. Le gyro doit avoir un dispositif pour réduire l'effet de la vitesse w_Z autour de l'axe de sortie.

Remarque 2 :

La nécessité de réaliser un gyro pour la C.S.D. comportant un dispositif de réduction d'erreur dû à w_Z , est exposée par l'exemple numérique suivant :

avec; $f = 0.05$, $\phi = 0.4$ mm., $d = 50$ mm.

la dérive due à $w_Z = 0.4$ (m.rad/sec) / (rad/sec. de w_Z).

Le gyro pour la C.S.D. est, donc, fourni avec une suspension magnétique, implicitant un micros yn à chaque extrémité du flotteur afin d'empêcher celui-ci de se déplacer radialement.

(Voir référence 11). Auquel cas, l'équation (37) se réduit à :

$$(w_d) = \xi Ba + \frac{I_s}{H} w_Z + \theta w_X + \frac{I_r - I_e}{H} w_X w_Y + \frac{I_r - I_e}{H} \theta (w_Y^2 - w_X^2) + \left(\frac{S}{H} + \frac{1}{2} w_Y + \frac{2\xi}{H} w_Y \right) + \frac{C_p}{H} \quad (38)$$

4. Plateforme à Un Degré de liberté

Un autre moyen d'utiliser le gyroscope à un degré de liberté dans une centrale strapdown, est de le monter sur une plateforme à "single" axe (P.S.A.). Ici la plateforme rend au gyro un autre degré de liberté. La Fig. (13) montre cette organisation, où θ_b est l'angle de plateforme qui, dans cette application n'est plus nécessairement petit. Le trièdre du boîtier est relié au trièdre véhicule par :

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_X \\ \bar{U}_Y \\ \bar{U}_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_b & 0 & \sin \theta_b \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_b & 0 & \cos \theta_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_X \\ \bar{U}_Y \\ \bar{U}_Z \end{bmatrix} \quad (39)$$



Aussi, la vitesse angulaire du boîtier est :

$$\bar{W}_b = \bar{W}_Y - \dot{\Theta}_b \bar{U}_y \quad (40)$$

A. Fonctionnement

Une vitesse angulaire w_Y appliquée autour de l'axe d'entrée (y) du boîtier, développe un couple autour de l'axe de sortie du gyro. Le signal de sortie du détecteur est appliqué après amplification, détection et compensation, au moteur couple de la plateforme. Le moteur couple exerce un couple autour de l'axe d'entrée du boîtier pour entraîner celui-ci avec une vitesse $\dot{\Theta}_b$ égale et opposée à la vitesse w_Y . La mesure de $\dot{\Theta}_b$ indique la vitesse angulaire du véhicule. Le bloc diagramme, Fig (14), représente la fonction de transfert d'une plateforme à "single axe".

B. Modèle mathématique

Pour déterminer le modèle mathématique de la plateforme, écrivons les équations des couples appliqués autour des axes de sortie et d'entrée:

Les couples appliqués au flotteur autour de l'axe de sortie sont :

- couple dû à la vitesse d'entrée (w_y)
- couple dû à l'accélération angulaire ($\dot{w}_z$)
- couple dû au couplage autour de l'axe x
- et couple dû à "l'aniso-inertie"



qui s'écrivent par :

$$(C_f)_s = H w_y - I_s \dot{w}_z + H \Theta w_x + (I_r - I_e)(w_x + \Theta w_y)(w_y - \Theta w_x) \quad (41)$$

$$\text{ou : } (C_f)_s = H w_y - I_s \dot{w}_z + H \Theta w_x + C_1 \quad (42)$$

D'autre part, les couples appliqués au boîtier autour de l'axe d'entrée sont :

couple appliqué par la plateforme $F_{(p)}\Theta$

couple dû à la vitesse autour de l'axe de sortie

couple dû au couplage autour de l'axe x

et couple dû à "l'anisoinertie".

qui s'écrivent par :

$$(C_b)_y = F_{(p)} \Theta + (w_z - \dot{\Theta}) H - I_s w_x \dot{\Theta} - w_x w_z \left[(I_r + I_x) - (I_s + I_z) \right] \quad (43)$$

$$\text{ou : } (C_b)_y = F_{(p)} \Theta + (w_z - \dot{\Theta}) H - I_s w_x \dot{\Theta} + C_2 \quad (44)$$

D'après la Fig. (15) qui représente les équations (42 et 44) avec $\sum_1$ et $\sum_2$ les points de summation des couples; on peut écrire les équations suivantes :

$$\Theta = \frac{1}{I_s p^2 + f p} (w_y H - I_s \dot{w}_z + H \Theta w_x + C_1) \quad (45)$$

$$w_y = \frac{1}{p(I_e + I_y)} \left[F_{(p)} + H (\dot{\Theta} - w_z) + I_s \dot{\Theta} w_x + C_2 \right] \quad (46)$$

D'autre part, la mesure de la vitesse angulaire autour de l'axe de sortie est fournie par la plateforme et s'écrit :

$$\dot{\Theta} = w_Y + w_y \quad (47)$$

Mais, pour un système idéal, la vitesse angulaire de la plateforme doit être égale à la vitesse du véhicule, c'est-à-dire : $\dot{\Theta} = w_Y$ (48)

On peut conclure, donc, que le terme (w_Y) représente l'erreur de ce système.

L'erreur de la plateforme (w_Y), est calculée d'après les équations (45 et 46), compte tenu du fait que les vitesses angulaires du véhicule sont reliées à celles du boîtier par l'équation (49),

$$\left. \begin{aligned} w_X &= w_X \cos \Theta - w_Z \sin \Theta \\ w_Y &= w_Y \\ w_Z &= w_X \sin \Theta + w_Z \cos \Theta \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

C. Comparaison avec le gyromètre en boucle fermée

Comparativement au cas de gyromètre en boucle fermée, on peut constater que :

i / Sur le plan des erreurs :

D'après les équations (38) ainsi que (45 et 46) pour les erreurs de gyromètre en boucle fermée et de P.S.A. successivement, on signale que tous les termes d'erreurs pour le gyromètre en boucle fermée existent également dans le cas de la P.S.A. sauf l'erreur due aux caractéristiques de moteur couple (qui représente 4.0 degré/hr environ, d'après ch. V, 4.A.).



D'autre part, des autres termes d'erreurs apparaissent dans le cas de la P.S.A., donnés par :

$$\frac{1}{p(I_e + I_y)} \left[(I_r + I_x) - (I_s + I_z) \right] w_x w_z \quad (50)$$

ce qui impose des nouvelles restrictions à la géométrie du gyro : ($I_e = I_s$ et $I_x = I_z$) afin de réduire cette erreur

et le terme ;

$$\frac{I_s w_x \dot{\theta}}{p(I_e + I_y)} \quad (51)$$

soit égale $\frac{\theta}{2} w_x \cong 4 \text{ degré/hr}$ (Voir ch. V, 4.A.)

- ii / Sur le plan de la grandeur de la vitesse d'entrée
L'utilisation d'une P.S.A., élimine toutes restrictions sur la grandeur de la vitesse angulaire d'entrée imposées par les caractéristiques de moteur-couple.

5. Conclusion

De ce qui précède, on peut conclure que l'avantage de la plateforme à single axe, est l'élimination des limitations sur la vitesse angulaire d'entrée, mais elle a pratiquement la même grandeur d'erreur comme le gyromètre en boucle fermée, ainsi qu'elle^{se} caractérise par un poids et un volume plus importants.

En général, le gyromètre intégrateur en boucle fermée est recommandé, si les caractéristiques du moteur couple sont suffisantes pour tenir compte de la vitesse angulaire du véhicule porteur.



CHAPITRE III

L'ACCELEROMETRE DANS LE SYSTEME STRAPDOWN

1. Généralités

La navigation par inertie repose sur la mesure et l'intégration des accélérations linéaires du véhicule, l'accéléromètre est donc l'élément de base du système. La précision finale au but de la mission, dépend de la précision avec laquelle on mesure les accélérations.

Aux chapitres précédents, on a signalé que les différentes conceptions des systèmes avec C.S.D. dépendent du choix du censeur d'orientation, donc les différents types d'accéléromètres peuvent être utilisés dans la C.S.D.

Dans ce chapitre, nous allons étudier un des accéléromètres couramment utilisé dans les centrales inertielles afin de calculer ses erreurs lorsqu'il est utilisé dans une C.S.D.

2. Fonctionnement et Lois de Base

Même qu'il existe différents types d'accéléromètres tous sont basés sur la deuxième loi de Newton; dans sa forme rectiligne :

$$F = m \times a \quad (52)$$

c'est-à-dire F est la force produite par la masse (m) dû à l'application de l'accélération (a).

ou bien dans sa forme :

$$C = P \times a \quad (53)$$

C représentant le couple produit par la masse pendulaire (P) dû à l'application de l'accélération (a).

La Fig. (16) montre le schéma de principe de fonctionnement d'un accéléromètre, où la masse mobile (m) se déplace sous l'application d'une force spécifique par rapport au boîtier. Une prise inductive placée entre le boîtier et la masse, détecte le mouvement relatif. Le signal du détecteur est amplifié et transformé pour créer une force de rappel sur l'élément sismique (masse mobile). En l'absence de toute force parasite la force de rappel est égale à la force d'inertie qui s'exerce sur l'élément sensible. En général, cette force de rappel est créée par un courant électrique dans un champ magnétique constant et sa valeur est la mesure de la force d'inertie.

Notons que la boucle dans le cas des accéléromètres est une obligation, tandis que la boucle dans le cas des gyros représente un cas particulier d'utilisation.

Les deux types d'accéléromètres, suivant le mouvement de masse mobile, sont :

- i / L'accéléromètres rectilignes; où l'élément sensible peut avoir un déplacement rectiligne par rapport à son boîtier, ex :
Accéléromètre à cordes vibrantes.

ii / L'accéléromètres pendulaires; où l'élément sensible peut pivoter autour d'un axe ne passant pas par son centre de gravité, ex :

Accéléromètre pendulaire à pivot ou à suspension par lame.

Accéléromètre pendulaire à flotteur balourdé et à pivots.

Pour les centrales inertiellles, les accéléromètres pendulaires sont les plus fréquemment utilisés du fait de leurs meilleures performances. La Fig. (17) montre la construction d'un accéléromètre pendulaire à flotteur balourdé et à pivots semblant au gyro flottant (chapitre II); avec les différences suivantes :

i / Le flotteur ne comporte pas de moteur gyroscopique.

ii / Un balourd est placé à l'intérieur du flotteur afin d'éloigner son centre de gravité, de l'axe de suspension.

3. Equation de L'accéléromètre Pendulaire

Pour développer l'équation de sortie, et la fonction de transfert de l'accéléromètre pendulaire, considérons le cas de l'accéléromètre pendulaire à flotteur balourdé et à pivots.

Comme pour le gyro flottant, on distingue trois trièdres :

i /Le trièdre du flotteur (b,e,s); (balourd, entrée, sortie)

ii /Le trièdre du boîtier (x,y,z).

iii /Le trièdre inertiel (X, Y, Z)_I

Pour trouver l'équation générale de la sortie de l'accéléromètre, on suppose que la boîte accélérométrique est soumise à :

1) Une force spécifique $\vec{F}_b$ où :

$$\vec{F}_b = f_x \vec{U}_x + f_y \vec{U}_y + f_z \vec{U}_z \quad (54)$$

2) Une vitesse angulaire $\vec{\omega}_b$ où :

$$\vec{\omega}_b = w_x \vec{U}_x + w_y \vec{U}_y + w_z \vec{U}_z \quad (55)$$

Couple total appliqué au pendule :

$$(C)_p = (\dot{\vec{H}}_p)_i = (\dot{\vec{H}}_p)_b + \vec{\omega}_p \wedge \vec{H}_p \quad (56)$$

où, $(\vec{H}_p)_i$ = Moment cinétique de l'élément pendulaire (flotteur)

= $T \vec{\omega}_p$; avec T = Tenseur d'inertie du flotteur

$$= \begin{vmatrix} I_b & 0 & 0 \\ 0 & I_e & 0 \\ 0 & 0 & I_s \end{vmatrix}$$

$\vec{\omega}_p$ = vecteur vitesse angulaire du pendule

$$= \vec{\omega}_b + \dot{\theta} \vec{U}_s$$

$$= w_x \vec{U}_x + w_y \vec{U}_y + w_z \vec{U}_w + \dot{\theta} \vec{U}_s$$

$$= (w_s \cos \theta + w_y \sin \theta) \vec{U}_b + (w_y \cos \theta - w_x \sin \theta) \vec{U}_e + (w_z + \dot{\theta}) \vec{U}_s$$

en utilisant un asservissement efficace, θ est maintenue petit.

en utilisant un asservissement efficace, θ est maintenue petit.

$$\bar{w}_P = (w_x + \theta w_y) \bar{U}_b + (w_y - \theta w_x) \bar{U}_e + (w_z + \dot{\theta}) \bar{U}_s \quad (57)$$

donc,

$$(\bar{H}_P) = I_b (w_x + \theta w_y) \bar{U}_b + I_e (w_y - \theta w_x) \bar{U}_e + I_s (w_z + \dot{\theta}) \bar{U}_s \quad (58)$$

Substitution des équations (57) et (58) à l'équation (56),

le couple appliqué au pendule suivant l'axe s s'écrit :

$$(C_P)_s = I_s (\dot{w}_z + \ddot{\theta}) + (w_x + \theta w_y) (w_y - \theta w_x) (I_e - I_b) \quad (59)$$

D'autre part, le couple produit par l'application de la force spécifique s'écrit :

$$(C_P)_{f.s.} = \bar{b} \wedge \bar{f} \quad (b = \text{Balourd})$$

où son composant, suivant l'axe de sortie (s) :

$$(C_P)_{f.s.} = b (f_y - \theta f_x) \quad (60)$$

mettons : $k_1 \dot{\theta}$ = le couple de frottement visqueux

$k_2 \theta$ = le couple élastique

C_m = le couple appliqué par le moteur couple

C_p = le couple parasite

Donc :

$$(C_P)_s = (C_P)_{f.s.} + C_m + C_p - k_1 \dot{\theta} - k_2 \theta \quad (61)$$

c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} I_s (\dot{w}_z + \ddot{\theta}) + (w_x + \theta w_y) (w_y - \theta w_x) (I_e - I_b) \\ = b (f_y - \theta f_x) + C_m + C_p - k_1 \dot{\theta} - k_2 \theta \end{aligned}$$

qui réduit à :

$$I_s \ddot{\Theta} + k_1 \dot{\Theta} + k_2 \Theta = b f_y + C_m + C_p - I_s \dot{w}_z - b f_x \Theta + (I_b - I_e) (w_x + \Theta w_y) (w_y - \Theta w_x) \quad (62)$$

L'équation (62) est l'équation des couples autour de l'axe de sortie, ou l'équation de sortie de l'accéléromètre.

En utilisant la transformation de Laplace :

$$\Theta = \frac{b f_y + C_m + C_p - I_s \dot{w}_z - b f_x \Theta + (I_b - I_e) (w_x + \Theta w_y) (w_y - \Theta w_x)}{I_s p^2 + k_1 p + k_2} \quad (63)$$

Le premier terme de l'équation (63), est appelé "fonction de transfert de l'accéléromètre", c'est-à-dire :

$$\frac{\Theta}{f_y} = \frac{b}{I_s p^2 + k_1 p + k_2} \quad (64)$$

Nous avons, $i = K \Theta$ où i = Courant du moteur couple

K = Facteur d'échelle de la chaîne
d'asservissement.

L'équation (64) devient donc :

$$\frac{i}{a} = \frac{mb K}{I_s p^2 + k_1 p + K_2} \quad (65)$$

avec a = l'accélération linéaire

mb = la pendulosité (P)

L'équation (65) est donc identique à celle du gyro flottant (19), dans laquelle l'entrée devient l'accélération (a) au lieu de la vitesse (w_y); il en est de même pour le gain constant (mb ou pendulosité) au lieu de H (moment cinétique). La Fig. (18) représente la fonction de transfert de l'accéléromètre.



4. L'Accéléromètre Dans Une Centrale Strapdown

L'accéléromètre monté dans une centrale strapdown est soumis aux mouvements angulaires du véhicule, qui produisent des couples d'erreurs. Pour évaluer les couples d'erreurs propres au système S.D. écrivons d'abord l'équation idéale du couple autour de l'axe de sortie :

$$b f_y = - C_m \quad (66)$$

Par comparaison avec l'équation (62), on peut conclure que les couples d'erreurs propres au système S.D. sont :

$$I_s \dot{w}_z = \text{couple dû à l'accélération angulaire autour de l'axe de sortie}$$

$$(I_b - I_c) (w_x + \Theta w_y) (w_y - \Theta w_x) = \text{couple dû à l'anisoinertie}$$

A. Modèle mathématique.

Pour trouver l'équation d'erreur dans la lecture accélérométrique on signale que :

i) Le trièdre du véhicule est relié au trièdre du boîtier de l'accéléromètre par l'équation (29).

ii) Le véhicule est soumis aux accélérations linéaires et angulaires, ainsi qu'aux vitesses angulaires suivantes :

$$a_x, a_y, a_z; \dot{w}_x, \dot{w}_y, \dot{w}_z; w_x, w_y, w_z$$

L'erreur dans la lecture accélérométrique est donc égale aux erreurs classiques de l'accéléromètre, plus les erreurs propres au système S.D.



autrement dit ,

$$d(\delta_Y) = C_0 + C_1 a_Y + C_2 a_Y^2 + C_3 a_Y^3 + m_1 a_X a_Y + m_2 a_Z a_Y \\ + n_1 \dot{w}_Z + n_2 w_X w_Y + n_3 (w_Y^2 - w_X^2) \quad (67)$$

où :

$d(\delta_Y)$ est l'erreur de lecture de l'accéléromètre (Y),

C_0 , C_1 , C_2 , C_3 , m_1 et m_2 sont les coefficients des termes des erreurs classiques; c.à.d., erreur de zéro, nonlinéarité (y compris les nonlinéarités du moteur couple), et couplage autour des axes X et Z.

n_1 , n_2 et n_3 sont les coefficients des termes des erreurs propres au système strapdown, avec

$n_1 = \frac{I_s}{P}$; erreur dû à l'accélération angulaire autour de l'axe de sortie

$n_2 = \frac{(I_b - I_e)}{P}$; erreur dû à l'anisoinertie

$n_3 = \frac{(I_b - I_e)}{P} \cdot 0$; erreur dû au couplage anisoinertie

Une autre erreur propre au système S.D., est celle dû au montage de l'accéléromètre à une distance "h" du centre de masse du véhicule. Une erreur proportionnelle à (hw^2) est détectée par l'accéléromètre, que l'on exposera au chapitre (V).

B. Circuit de sortie

L'Equation (65) indique que, pour déterminer l'accélération, il suffit de mesurer le courant de la boucle d'asservis-



sement, qui peut être analogique ou digitale. D'après le chapitre (IV) nous voyons qu'un calculateur digital est nécessaire pour le système strapdown pour faciliter l'interface, l'accéléromètre devra donc avoir une sortie digitale.

Un convertisseur (analog/digital) doit être ajouté à l'accéléromètre dont la sortie est analogique. (La Fig. (19) représente le schéma d'une telle méthode). Néanmoins, un accéléromètre à boucle digitale semblable à celle du gyro flottant est représenté Fig. (20), le résumé de son fonctionnement se résume comme suit :

La sortie analogique du détecteur est amplifiée et redressée avant d'être appliquée au circuit logique. Si le signal détecté dépasse le seuil positif ou négatif du circuit logique, ce dernier, transmet un signal au générateur d'impulsions. Le dernier transmet à son tour des impulsions (+) ou (-) au moteur couple pour annuler le signal de sortie du détecteur. En même temps, une impulsion est présentée à la sortie pour chaque impulsion appliquée au moteur couple.

On peut montrer que chaque impulsion de couple représente un incrément de vitesse. Reprenons l'équation (66)

$$b f_y = - C_m \quad (66)$$

$$\text{donc, } b m a = - C_m$$

$$P a = - C_m \quad (68)$$

où P , pendulosité = $m b$.



par intégration pendant une période T = la durée d'une impulsion ;

$$\int_{t_1}^{(t_1 + \Delta t)} a \, dt = - \frac{1}{P} \int_{t_1}^{(t_1 + \Delta t)} C_m \, dt$$

$$\Delta V = - \frac{1}{P} (C_m \Delta t) \quad (69)$$

une impulsion de couple $(C_m \Delta t)$ représente donc un incrément de vitesse (ΔV) , où, il suffit de totaliser ses impulsions pour obtenir la vitesse. Aussi la fréquence des impulsions à la sortie représente l'accélération subie par l'instrument.

C. Comparaison avec le cas de C.A.P.S.

On peut conclure que le fonctionnement de l'accéléromètre dans une centrale strapdown est semblable à son utilisation dans une centrale à plateforme stabilisée. Par contre, ses performances sont dégradées par les mouvements angulaires du véhicule et ses mesures contiennent des nouveaux termes d'erreurs dépendant de la mission, dont nous allons évaluer les effets au chapitre V.



CHAPITRE IV

LE CALCULATEUR EMBARQUE

1. Généralités

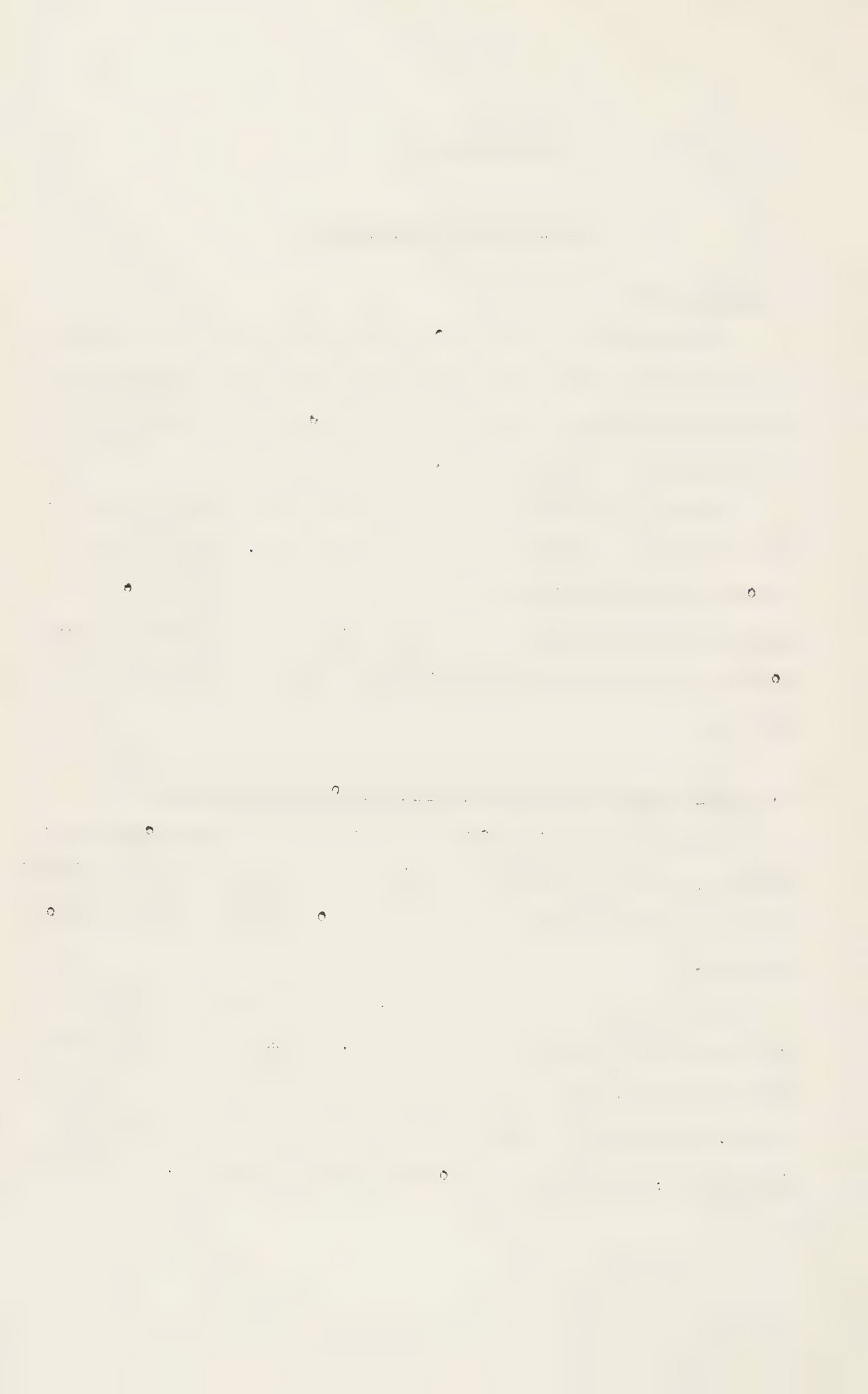
Un système de navigation par inertie utilise un calculateur embarqué pour traiter en TEMPS REEL, les signaux dérivés de la centrale inertielle et résoudre les équations de navigation et de pilotage.

Dans ce chapitre nous définissons les tâches du calculateur pour un système à centrale strapdown. Ensuite, nous exposons les différentes conceptions du calculateur pour un système strapdown, puis nous montrerons les limitations imposées par la vitesse du calculateur sur les grandeurs de la mission.

2. Calculateur pour Système à Plateforme Stabilisée

Le calculateur associé à la centrale à plateforme stabilisée, exécute différentes tâches au cours de la phase "vol" et au cours de la phase "avant vol", ou "phase de préparation du vol".

Au cours de la phase "vol", le calculateur effectue les calculs de localisation du véhicule, de guidage, de pilotage; éventuellement des calculs de test et des calculs de surveillance. En résumé, à partir des informations de la centrale inertielle, et de celles stockées dans sa mémoire, il élabore



des signaux correcteurs ou signaux de commande pour les différents organes et systèmes du véhicule, dès que ce dernier accomplit sa mission avec succès.

Dans la phase "avant vol", le calculateur peut recevoir les paramètres à stocker dans sa mémoire, effectuer les calculs de test et d'alignement de la centrale inertielle

3. Calculateur pour Système Strapdown

Un calculateur pour système strapdown est chargé des mêmes tâches que celles qu'un calculateur associé à une plateforme stabilisée, doit exécuter (pour la même mission), plus des tâches supplémentaires qui résultent de l'élimination des cardans de la centrale inertielle. Autrement dit, les nouvelles tâches imposées sur le calculateur peuvent se résumer comme suit :

1) Calcul et mise à jour de la matrice M.

Notons que les valeurs initiales des éléments de M sont déterminées à partir de l'alignement initial de la centrale, puisqu'elles sont corrigées instantanément en cours du vol par la résolution des équations qui relient le trièdre véhicule au trièdre inertiel.

2) Calcul des lectures accélérométriques dans le trièdre inertiel, à partir des lectures accélérométriques dans le trièdre du véhicule, et de la matrice M.



3) Calcul des termes de compensation nécessaires, pour corriger les lectures des senseurs inertiels.

Etant donnée la limitation du calculateur, en vitesse, l'utilisation du système strapdown se trouve limité pour certains véhicules, (véhicules nécessitant une vitesse de calcul très élevée). L'exemple numérique suivant montre cette limitation, soit :

$$\begin{aligned} w_{\max} &= \text{vitesse angulaire max. du véhicule} \\ &= 60 \text{ degrés/sec.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \theta &= \text{quantisation nécessaire d'attitude} \\ &= 20 \text{ seconds d'arc.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{donc : } (\Delta t)_g &= \text{la période d'itération pour le gyro} \\ &= \frac{\Delta \theta}{w_{\max.}} = 100 \text{ microsecond.} \end{aligned}$$

Evidemment, c'est la période d'itération du gyro, qui détermine la cadence par laquelle M doit être mise à jour. Autrement dit, pour obtenir une précision de 20 second d'arc, la matrice M doit être mise à jour toutes les 100 microsecond, au maximum.

La période d'itération du calculateur nécessaire pour cet exemple, doit être donc de 100 micro-sec. Au cours d'une telle période, le calculateur doit exécuter toutes ces tâches y compris la mise à jour de M. Si cette période est courte par rapport au temps nécessaire pour exécuter tous les calculs;

un système strapdown, ne peut être utilisé qu'au détriment de la précision.

L'exemple précédent montre la limitation imposée par la vitesse du calculateur sur la précision de la mission, ou sur la grandeur de la vitesse angulaire du véhicule.

Aussi, on peut signaler que la période d'itération nécessaire pour l'accéléromètre est calculée comme : égale ou multiple de la période d'itération du gyro, (la variation de la vitesse angulaire du véhicule est plus rapide que la variation de l'accélération linéaire, donc :

$$(\Delta t)_a = (2)^n (\Delta t)_g$$

où $n = 0$ ou 1

$$\begin{aligned} (\Delta t)_a &= \text{période d'itération pour l'accélération} \\ &= \frac{\Delta V}{a_{\max}} \end{aligned}$$

ΔV = "quantisation" de la vitesse linéaire

$a_{\max.}$ = accélération linéaire max. du véhicule.

4. Conception d'un Calculateur pour Système Strapdown

A- Définitions

La conception du calculateur pour un système strapdown, dépend des éléments suivants, à savoir :

- 1) Le type de senseurs d'attitude utilisés
- 2) La loi de transformation du trièdre véhicule au trièdre du calcul

- 3) Les grandeurs des vitesses angulaires du véhicule et la précision demandée
- 4) Les tâches à exécuter.

A titre d'exemple, nous allons étudier le cas d'un calculateur pour un engin où :

- 1) La centrale inertielle utilise des détecteurs de vitesses. (Jusqu'à présent, ces détecteurs sont les plus perfectionnés)
- 2) Le trièdre du calcul est relié au trièdre véhicule par neuf cosinus directeurs
- 3) $\Delta \theta = 20$ secondes d'arc

(nous allons déterminer la vitesse angulaire maximum du véhicule qui permet d'obtenir cette précision)

- 4) Les tâches du calculateur pendant la phase "vol" s'annoncent comme suit :

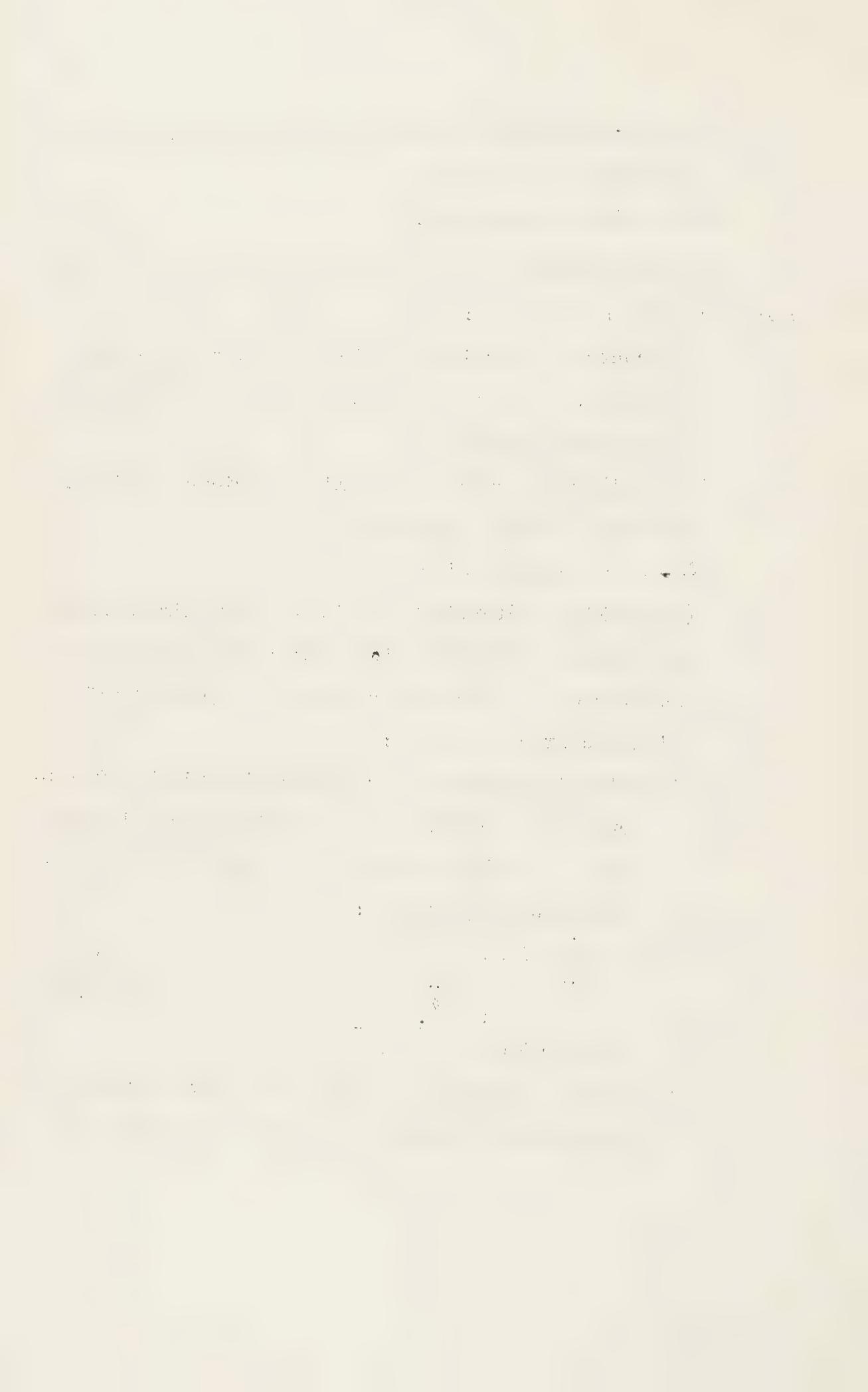
- i) Etablissement de la référence inertielle et calcul de la position et de la vitesse de l'engin dans le trièdre inertiel, autrement dit : résolution des équations :

$$\dot{\mathbf{M}} = \mathbf{M} \underline{\underline{\Omega}} \quad (70)$$

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{M} \underline{\underline{\gamma}}_{\mathbf{v}} + \dot{\underline{\underline{\phi}}} \quad (2)(7)$$

puis, calcul de $\mathbf{R}$ et $\dot{\mathbf{R}}$

- ii) Calcul des signaux nécessaires pour corriger les sorties des senseurs inertiels et exécuter les



corrections pendant vol, autrement dit, pour le gyromètre, on calcule :

$$w_{\text{corrigé}} = w_{\text{mesure}} + \frac{I_s}{H} \dot{w}_Z + \Theta w_X \quad (71)$$

et pour l'accéléromètre, on calcule :

$$\delta_{\text{corrigé}} = \delta_{\text{mesuré}} + h w^2 \quad (72)$$

(Voir chapitre V)

iii) Calcul de l'équation de guidage déterminant l'instant d'arrêt de propulsion de l'engin.

On peut écrire sans entrer dans les détails de mécanique du vol, l'équation de guidage pour arriver au but :

$$C_1 X + C_2 \dot{X} + C_3 Y + C_4 \dot{Y} + C_5 Z + C_6 \dot{Z} = C_0 \quad (73)$$

équation du premier ordre basée sur un calcul implicite (delta guidance équation) avec C_0 ,

C_1 C_6 des coefficients constants calculés au préalable pour chaque mission (référence 34 page 253), et X , $\dot{X}$, $\dot{Z}$, localisation du véhicule dans le trièdre inertiel.

Après avoir défini les tâches du calculateur examinons les différents types ~~de~~ calculateurs.

B. Calculateur analogique

Un calculateur analogique mécanisé pour ce véhicule, peut être une solution simple. Un tel calculateur se compose



d'environ 15 intégrateurs, 33 multiplicateurs et 7 summateurs.

Vu l'imprécision du multiplicateur analogique (erreurs supérieures à 0,1 %) et la nécessité d'utiliser plusieurs multiplicateurs en série pour résoudre l'équation (70), le calculateur analogique est éliminé.

L'étude se trouve donc limitée au calculateur digital.

C. Algorithme de calcul

Utilisant un calculateur digital, on commence par déterminer un algorithme pour effectuer l'intégration de l'équation (70), qui représente un ensemble de neuf équations différentielles linéaires à coefficients variables.

Les trois données indépendantes pour résoudre l'équation (70) sont les lectures des détecteurs de vitesses. Etant donné que les détecteurs actuels ne fournissent que des incréments des angles $\Delta\Omega$ (au lieu des vitesses angulaires), l'équation (70) doit être développée pour accomplir l'intégration.

Reprenons l'équation (70) :

$$\dot{M} = M \Omega \quad (70)$$

Si Ω est constant, on obtient une solution de la forme

$$M_{t(p+1)} = M_{t_p} e^{\Omega T} \quad (74)$$

où T , pas du calcul = $t_{(p+1)} - t_p$

Donc ΩT , représente la matrice $(\Delta \theta)$ formée des petits angles par lesquels le véhicule a tourné pendant la période T .

donc : $(\Delta \theta) = \Omega T$

utilisant le développement de Taylor, on a donc :

$$e^{\Omega T} = e^{\Delta \theta} = 1 + \Delta \theta + \frac{(\Delta \theta)^2}{2!} + \frac{(\Delta \theta)^3}{3!} + \dots$$

substituons à l'équation (74), on obtient :

$$M_{t(p+1)} = M_{t_p} \left[(1 + \Delta \theta) + \frac{(\Delta \theta)^2}{2!} + \dots \right] \quad (75)$$

L'équation (75) représente une procédure de mise à jour de la matrice M ; dont la précision dépend du nombre de termes utilisés. On distingue deux algorithmes suivant l'ordre de développement de l'équation (75) :

Algorithme du premier ordre :

$$\begin{aligned} M_{t(p+1)} &= M_{t_p} (1 + \Delta \theta) \\ \Delta M_{t(p+1)} &= M_{t_p} \Delta \theta_{t(p+1)} \end{aligned} \quad (76)$$

C'est cet algorithme qui donne lieu à utiliser un calculateur incremental (A.D.D.).

Algorithme du second ordre :

$$\Delta M_{t(p+1)} = M_{t_p} \left[\Delta \theta_{t(p+1)} + \frac{1}{2} (\Delta \theta_{t(p+1)})^2 \right] \quad (77)$$

D. Calculateur séquentiel

Utilisant un calculateur séquentiel avec un algorithme



de calcul du premier ordre; les équations (2,70) prennent les formes suivantes :

$$\begin{bmatrix} M_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \end{bmatrix} \quad (78)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{R}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{R}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \dot{R} \end{bmatrix}_v + \bar{\phi} \Delta t \quad (79)$$

aussi, pour calculer $\bar{R}$ et les composantes de $\bar{\phi}$, nous avons :

$$\bar{R}_1 = \bar{R}_0 + \begin{bmatrix} \dot{R}_1 \end{bmatrix} \Delta t \quad (80)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_X &= -g_0/a \quad X_I \\ \phi_Y &= -g_0/a \quad Y_I \\ \phi_Z &= -g_0 + 2g_0/a \quad Z_I \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

Les opérations arithmétiques à exécuter par le calculateur sont résumées par le tableau n° (I). Dans le cas où toutes les opérations sont exécutées à chaque itération de calcul ; 58 multiplications plus 49 additions doivent être exécutées pendant chaque itération.

Pour calculer la durée d'une période d'itération, nous allons prendre : 11,3 microsec. pour une multiplication et 4.5 microsecond pour une addition, ce qui représente les valeurs moyennes des temps de calcul des cinq calculateurs embarqués mentionnés au tableau II (voir référence 42).

On signale que les cinq calculateurs choisis ont une longueur de mot compatible avec la précision demandée (20 second d'arc = 10^{-4} environ). Aussi le bloc arithmétique de chacun d'eux exécute les opérations en mode parallèle.

Pour ce calculateur, la période d'itération maximum est donc :

$$58 \times 11.3 + 49 \times 4.5 = 876 \text{ microsec. environ}$$

Par ailleurs, la période minimum d'itération est égale au temps nécessaire pour calculer l'équation (78), soit :

$$18 \times 11.3 + 18 \times 4.5 = 284 \text{ microsec. environ}$$

Mais, quelques opérations peuvent être calculées avec une cadence plus lente que celle de l'équation (78), (par exemple : calcul de gravitation, calcul de signaux de correction, etc...), on peut utiliser un programme à multi-cadence, pour optimiser le programme du calculateur. Autrement dit, selon la vitesse de variation des différents paramètres de la mission, on programme le calculateur dès que la période d'itération est minimum. Le tableau n° III fournit un exemple où la période d'itération est de 367.9 microsec.

Admettons que pour cette mission, le calculateur soit programmé avec $T = 370$ microsec. environ; pour garder $\Delta \theta = 20$ second d'arc, la vitesse angulaire max. du véhicule ne devra pas donc dépasser :

$$w_{\text{max.}} = \frac{\Delta \theta}{T} = 15 \text{ degrés/sec.}$$

Autrement dit, un calculateur séquentiel peut être utilisé pour cette mission, si la vitesse angulaire maximum du véhicule ne dépasse pas 15 degrés/sec.

E. Calculateur incremental

Le calculateur incremental, ou, Analyseur Digital Diffrentiel (A.D.D.), se compose d'un nombre important d'unités identiques (intégrateur), programmés par cablage ou programme enregistré. L'Annexe (C) montre quelques détails de conception d'un tel calculateur.

Les différences majeures entre le calculateur incremental (A.D.D.), et le calculateur séquentiel sont résumées par la suite :

- 1) Le A.D.D. ne traite que les variations dans les données et non pas les grandeurs des données mêmes.
- 2) Le A.D.D. rend le calcul aux simples opérations d'additions, au lieu des opérations de multiplications et de divisions pour le C.S.; donc une vitesse de calcul plus élevée.
- 3) Pour un A.D.D., toutes les tâches doivent être calculées avec la même cadence. Additionner de nouvelles tâches augmente donc la période d'itération (T), (vitesse de calcul). Au contraire, dans le cas du C.S., on peut reprogrammer le calculateur afin que l'addition des nouvelles tâches ne change guère la vitesse du calcul.

L'organisation d'un A.D.D. s'effectuant directement d'après l'équation (76), nous avons donc :

$$\begin{bmatrix} \Delta l_X & \Delta m_X & \Delta n_X \\ \Delta l_Y & \Delta m_Y & \Delta n_Y \\ \Delta l_Z & \Delta m_Z & \Delta n_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_X & m_X & n_X \\ l_Y & m_Y & n_Y \\ l_Z & m_Z & n_Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\theta_Z & \Delta\theta_Y \\ \Delta\theta_Z & 0 & -\Delta\theta_X \\ -\Delta\theta_Y & \Delta\theta_X & 0 \end{bmatrix} \quad (82)$$

où : θ_X , θ_Y , θ_Z , sont les sorties de gyromètres représentant les increments des rotations angulaires du véhicule.

Pour un seul axe, on peut écrire :

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_X &= \Delta\theta_Z m_X - \Delta\theta_Y n_X \\ \Delta m_X &= \Delta\theta_X n_X - \Delta\theta_Z l_X \\ \Delta n_X &= \Delta\theta_Y l_X - \Delta\theta_X m_X \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

La Fig. (21) représente le schéma pour résoudre les équations (83) où neuf intégrateurs sont nécessaires, dont trois du type servo-intégrateur.

L'équation (84) est la composante de l'équation (2) selon l'axe (X)

$$\Delta V_{XI} = l_X \Delta V_X + m_X \Delta V_Y + n_X \Delta V_Z + \phi_X dt \quad (84)$$

La Fig. (22) représente le schéma pour résoudre l'équation (84), où sept intégrateurs sont nécessaires.

Enfin, le A.D.D. nécessaire pour exécuter les tâches de cette mission se compose de 71 intégrateurs. Admettons que chaque intégrateur représente une opération d'addition, la période d'itération T est donc :

$$65 \times 4.5 = 290 \text{ microsec. environ}$$

Utilisant un calculateur incremental (A.D.D.), la vitesse angulaire du véhicule ne doit pas dépasser :

$$w_{\max.} = \frac{20}{290} = 20 \text{ degrés/sec. environ}$$

F. Système hybride

Un calculateur hybride peut être mécanisé pour accomplir les tâches de cette mission, où l'on bénéficie des avantages du calculateur incremental et de ceux du calculateur séquentiel. Autrement dit, des unités des intégrateurs type A.D.D. sont utilisés pour calculer l'équation (70); le reste des calculs est exécuté par un C.S. La période T, devient donc : 370 microsecondes, moins le temps économisé grâce à l'utilisation d'un A.D.D. pour résoudre l'équation (70), soit : $T = 370 - (18 \times 15.8 - 27 \times 4.5) = 207 \text{ microsec.}$

Donc, avec un calculateur hybride, la vitesse angulaire du véhicule peut atteindre 30 degrés/sec. environ.

5. Conclusion

Ce chapitre, expose la limitation imposée par la vitesse du calculateur sur l'utilisation du système strapdown pour différents véhicules.

On peut conclure que, pour les véhicules dont la vitesse angulaire maximum ne dépasse pas 15 degrés/sec, et où le calculateur est chargé par des tâches classiques (tâches durant

100 microsec. environ comme l'exemple exposé) on peut utiliser les calculateurs embarqués déjà commercialisés.

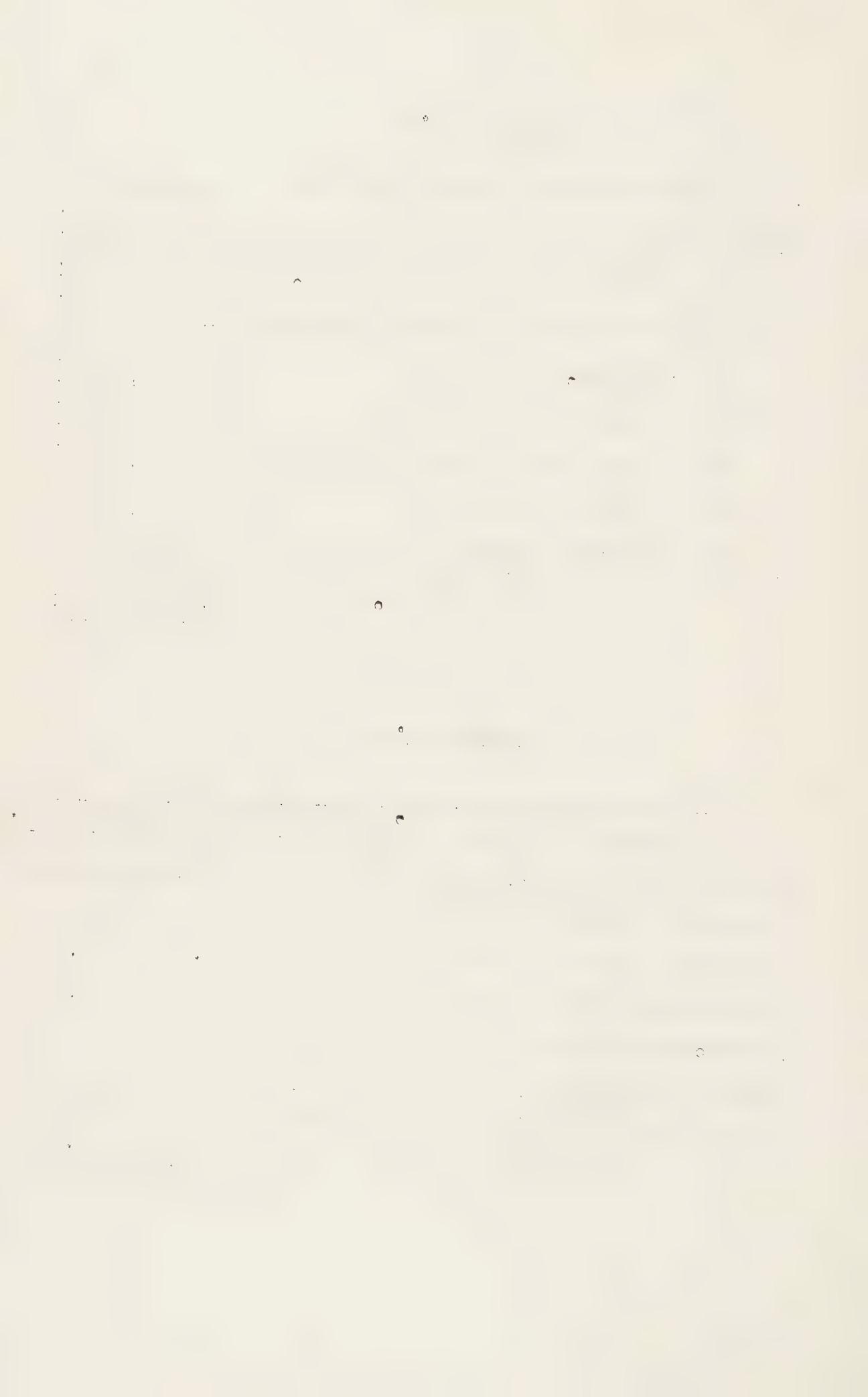
Pour les véhicules dont les vitesses angulaires sont plus élevées, c'est l'ensemble des trois facteurs : vitesse angulaire, précision demandée et tâches à accomplir, qui déterminent si un système strapdown peut être utilisé, ou non. Auxquels cas, un calculateur spécial doit être mécanisé, qui prendra la forme d'un A.D.D. ou d'un calculateur hybride.

TABLEAU N° I

Repère équation	Fonction	Opérations
71	Correction de lecture du gyro	6 M , 6 A
72	Correction de lecture accélérométri- que	9 M , 3 A
73	Equation de guidage	7 M , 6 A
78	Calcul des éléments de M	18 M , 18 A
79	Calcul des vitesses inertielles	12 M , 12 A
80	Calcul de positions	3 M , 3 A
81	Calcul de gravitation	3 M , 1 A
Total des opérations		58 M , 49 A

TABLEAU N° II

Calculateur	Année	Longueur de mot	Temps de calcul en m.s.	
			M	A
Honeywell Alert	1965	24	14	4
I B M 4 PI/EP	1966	36	9.5	5.8
Raytheon RAC-230	1967	24	11.4	2.6
Nortronics NDC-1070	1968	16	8	6
Texas Instruments 2540	1968	32	13.5	4
Temps moyen de calcul			11.28	4.48
			microsecondes	



Opération	Equation à calculer	Opérations M, A	N° d'opération	Cadence de Calcul
78	Calcul des éléments de M	18,18	1	1/1
79	$\dot{Y}_1 = \dot{Y}_0 + l_Y \Delta V_X + m_Y \Delta V_Y + n_Y \Delta V_Z + 12$	3,4	2	1/4
	$\dot{Z}_1 = \dot{Z}_0 + l_Z \Delta V_X + m_Z \Delta V_Y + n_Z \Delta V_Z + 13$	3,4	3	1/4
	$\dot{X}_0 + l_X \Delta V_X + m_X \Delta V_Y$	2,2	6	1/4
	$\dot{X}_1 = 6 + n_X \Delta V_Z + 11$	1,2	7	1/4
73	$C_1 X + C_2 \dot{X} + C_3 Y$	3,2	4	1/4
	$C_4 \dot{Y} + C_5 Z + C_6 \dot{Z} + 4$	3,3	5	1/4
80	$X_1 = X_0 + \dot{X}_1 \Delta t$	1,1	8	1/16
	$Y_1 = Y_0 + \dot{Y}_1 \Delta t$	1,1	9	1/16
	$Z_1 = Z_0 + \dot{Z}_1 \Delta t$	1,1	10	1/16
81	$(\Delta t g_0 / a) X$	1 M	11	"
	$(\Delta t g_0 / a) Y$	1 M	12	"
	$\Delta t g_0 - (2 \Delta t g_0 / a) Z$	1,1	13	"
71	$(w_m + \frac{I_s}{H} w_Z + \Theta w_X)$ pour gyro 1	2,2	14	"
	(dito) pour gyro 2	2,2	15	"
	(dito) pour gyro 3	2,2	16	"
72	(w^2) axe X	1 M	17	"
	(w^2) axe Y	1 M	18	"
	(w^2) axe Z	1 M	19	"
	$\gamma_c = \gamma_X + (17) h$	1,1	20	"
	$\gamma_c = \gamma_Y + (18) h$	1,1	21	"
	$\gamma_c = \gamma_Z + (19) h$	1,1	22	"

Ordence

1 : 1

1 : 4

1 : 16

Opérations

(18 M, 18 A)

(284.4 microsec.)

(3 M, 4 A)

(51.9 microsec.)

(2 M, 2 A)

(31.6 microsec.)

Séquence du Programme

(suite tableau n° III)

Ex : 1ère itération : 1, 2, 6

2ème " : 1, 3, 7, 11

3ème " : 1, 4, 6

4ème " : 1, 5, 7, 17

5ème " : 1, 2, 8, 9

6ème " : 1, 3, 14

..

T = 367.9 microsec.

CHAPITRE V

ERREURS DU SYSTEME STRAPDOWN

1. Généralités.

La fonction d'un système de navigation par inertie d'un véhicule, est de faire le calcul de localisation du véhicule au cours du vol. La précision du système dépend de la précision de mesurer les accélérations dans le trièdre du calcul, et de la précision du calculateur de navigation. Autrement dit les erreurs de la centrale inertielle et du calculateur, déterminent la précision de la mission.

Pour un système strapdown, on doit tenir compte des erreurs supplémentaires suivantes :

- i / erreurs de senseurs inertiels dues aux mouvements angulaires du véhicule
- ii / erreurs du calculateur de la matrice M

On résume les erreurs du système strapdown par :

A) les erreurs de la centrale :

- 1) erreurs des accéléromètres
- 2) erreurs dues à la non-orthogonalité des accéléromètres
- 3) erreurs des gyros
- 4) erreurs dues à la non-orthogonalité des gyros
- 5) erreurs dues au mésalignement initial.

B) Les erreurs du calculateur :

- 1) Erreurs du calculateur de (M)
- 2) Erreurs du calculateur de navigation.

Dans les chapitres précédents, nous avons exposé les erreurs des différents composants du système; nous allons, ici, développer les équations pour le calcul d'erreur du guidage d'un engin de moyenne portée, utilisant un système strapdown. Puis, la grandeur d'erreur dû à la centrale strapdown est évalué par une méthode approximative également développée dans ce chapitre.

2. Définitions et Notations

Le système de guidage que nous allons étudier (voir la Fig. 23), se compose d'une centrale S.D. et d'un calculateur. La centrale comporte :

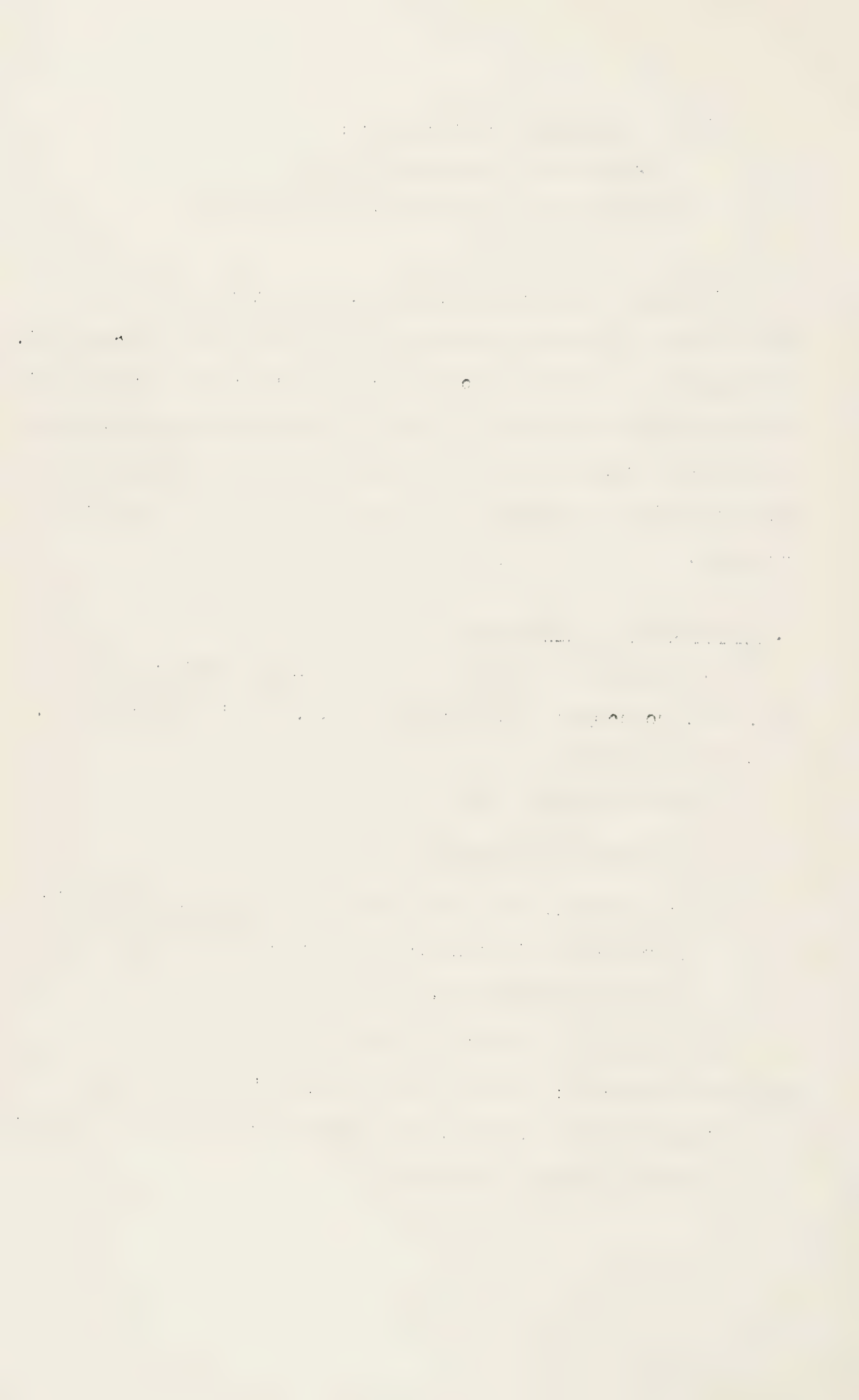
3 Accéléromètres linéaires A_1 A_2 A_3

3 Gyromètres intégrateurs G_1 G_2 G_3

1 Calculateur, dont les tâches sont limitées à établir la référence inertielle et calculer la vitesse et la position du véhicule.

Le résumé des notations s'établit comme suit :

Trièdre du calcul : Défini par $(OXYZ)_I$, c'est un trièdre inertiel avec le point de lancement comme origine (Launch Centred Inertial System).



Trièdre du véhicule : Définit par (OXYZ), représente les axes géométriques du véhicule.

La centrale est montée avec le trièdre accélérométrique parallèle au trièdre véhicule, donc nous avons :

$\dot{w}_X \quad \dot{w}_Y \quad \dot{w}_Z$ accélérations angulaires du véhicule

$w_X \quad w_Y \quad w_Z$ vitesses angulaires du véhicule (mesuré par $G_1 \quad G_2 \quad G_3$)

$\ddot{a}_X \quad \ddot{a}_Y \quad \ddot{a}_Z$ accélérations linéaires du véhicule

$\delta_X \quad \delta_Y \quad \delta_Z$ lectures accélérométriques de ($A_1 \quad A_2 \quad A_3$)

$(\delta_X \quad \delta_Y \quad \delta_Z)$ composantes de lectures accélérométriques dans le trièdre inertiel

$(\varphi_X \quad \varphi_Y \quad \varphi_Z)$ composantes d'accélération dues à la gravitation dans le trièdre inertiel.

3. Valeurs Numériques

A titre d'exemple, considérons les valeurs numériques suivantes :

A. Pour l'engin

La vitesse angulaire maximum de l'engin autour de chaque axe est de l'ordre de 10 degrés/sec., (une telle vitesse n'impose aucun problème sur le calculateur) avec une fréquence de 1.5 c.p.s. pour l'axe de roulis et 0.8 c.p.s. pour les deux autres axes, donc :

$$w_{\bar{X}} = 0.2 \sin (5 t) \quad \text{rad/sec.}$$

$$w_Y = 0.2 \sin (5 t + \phi_1) \quad \text{rad/sec.}$$

$$w_Z = 0.2 \sin (10 t + \phi_2) \quad \text{rad/sec.}$$

Le temps de propulsion = 60 seconds.

Les accélérations linéaires moyennes pendant le temps de propulsion sont :

$$a_X = \text{zéro environ}$$

$$a_Y = 2.5 \text{ g} \quad \text{mt/sec.}^2$$

$$a_Z = 3.5 \text{ g} \quad \text{mt/sec.}^2$$

B. Pour les gyromètres

Les gyromètres flottants considérés sont du type doté d'une suspension magnétique, et les grandeurs de leurs caractéristiques sont pratiquement les mêmes, où :

$$\text{Dérive} = 0.1 \quad \text{degré/hr}$$

$$\text{Balourd} = 0.075 \quad \text{degré/hr/g}$$

$$H = 0.145 \times 10^6 \quad \text{gm.cm}^2/\text{sec.}$$

$$I_s = 225 \quad \text{gm.cm}^2$$

$$(I_r - I_e)/H = 9.6 \quad (\text{degré/hr}) (\text{rad/sec})^2$$

$$\theta/w_{\bar{y}} = 2 \times 10^{-3} \quad \text{rad}/(\text{rad/sec})$$

$$\gamma = 10^{-4}$$

$$\bar{z} = 10^{-5}$$

C. Pour les accéléromètres

Trois accéléromètres linéaires grade inertiels sont considérés, ou :

C_0	=	50	micro-g
C_1	=	40	micro-g/g
C_2	=	10	micro-g/g ²
C_3	=	2	micro-g/g ³
m_1	=	10	micro-g/g _y /g _x
m_2	=	10	micro-g/g _y /g _z
n_1	=	100	micro-g/(rad/sec ²)

D. Pour la centrale

L'axe sensible de chaque senseur est défini avec une tolérance de ± 10 seconds d'arc par rapport à son boîtier. Aussi, le mésalignement dû au montage de la centrale est de l'ordre de 10 seconds d'arc. Les trois angles de mésalignements entre le trièdre accélérométrique et le trièdre gyroscopique sont donc :

$$\alpha = \gamma = \beta = 20 \text{ seconds d'arc} \\ = 0.1 \text{ milli-radian}$$

Aussi on a monté la centrale à une distance $h = 2 \text{ mt.}$ du centre de masse de l'engin.

4. Calcul de Grandeur d'Erreur des Senseurs Inertiels

A. Erreur de gyromètre

L'erreur de gyromètre est donnée par l'équation (38) où on peut évaluer la valeur max. de chaque terme d'erreur par :

$$\text{Dérive} = 0.1 \quad \text{degré/hr}$$

$$\text{Balourd} = 0.3 \quad \text{degré/hr}$$

$$(\dot{I}_s/H) \dot{w}_Z = 600 \quad \text{degré/hr}$$

$$\Theta \dot{w}_X = 8 \quad \text{degré/hr}$$

$$(\dot{I}_r - \dot{I}_e) \dot{w}_X \dot{w}_Y / H = 0.192 \quad \text{degré/hr}$$

$$\Theta (\dot{I}_r - \dot{I}_e) (\dot{w}_Y^2 - \dot{w}_X^2) / H = 0.096 \quad \text{degré/hr}$$

$$\frac{3}{2} \dot{w}_Y = 4.0 \quad \text{degré/hr}$$

$$2 \dot{w}_Y / \pi = 0.3 \quad \text{degré/hr}$$

B. Analyse d'erreur de gyromètre

Les valeurs numériques précédentes, indiquent que les erreurs les plus significatives sont celles dues à :

- i / L'erreur due à l'accélération angulaire ($\dot{w}_Z$)
- ii / L'erreur due au couplage autour de l'axe (X)
- iii / L'erreur due aux caractéristiques du moteur couple.

Différents moyens, résumés par la suite, peuvent être utilisés pour réduire ces erreurs :

- i / Erreur due à ($\dot{w}_Z$).

Dans le cas où les accélérations angulaires du véhicule ne sont pas égales, indiquons que le véhicule a une

accélération plus importante selon un seul axe, on peut monter les 3-gyromètres à condition qu'aucun de leur axe de sortie soit parallèle à l'axe d'accélération angulaire maximum.

Dans autres cas, où il est nécessaire d'utiliser deux centrales par véhicule pour améliorer la fiabilité du système; les gyromètres sont montés comme il est indiqué par la Fig. (25). Par l'addition des signaux de sorties des deux gyromètres, les termes d'erreurs dûs aux mouvements angulaires sont diminués.

Enfin, on peut corriger la lecture des gyromètres en mesurant ($\dot{w}_Z$) avec un accéléromètre angulaire. Autrement dit, trois accéléromètres angulaires sont nécessaires pour chaque centrale. Les caractéristiques d'un accéléromètre angulaire sont résumés par :

Erreur de zéro = 0.01 rad/sec²

Non-linéarité = 0.001

Donc, en utilisant un tel accéléromètre, dans l'exemple précédent, l'erreur due à l'accélération angulaire devient (3.6 degré/hr. environ).

ii / Erreur due au couplage autour de l'axe (X).

Pour compenser cette erreur on calcule le terme (Θw_X). La valeur de Θ est disponible à la sortie de gyromètre - intégrateur; tandis que w_X peut être mesurée en utilisant un gyromètre supplémentaire de

moyenne précision (2 - 3 %). Trois gyromètres supplémentaires sont donc nécessaires pour chaque centrale. Eventuellement, on peut utiliser les sorties des gyromètres du système de pilotage de l'engin.

iii /Erreur de moteur couple.

Le seul moyen pour réduire cette erreur est d'améliorer les caractéristiques du moteur couple.

pour l'exemple précédent, et après les compensations indiquées, l'erreur max. du gyro pour la mission indiquée est de l'ordre de : 8 degré/hr.

C. Erreur de l'accéléromètre

L'erreur dans la lecture de l'accéléromètre est donnée par équation (67); où nous allons évaluer la valeur max. de chaque terme pour l'accéléromètre A_3

$$\begin{array}{rcl}
 C_0 & = & 50 \text{ micro-g} \\
 C_1 a_Z & = & 140 \text{ micro-g} \\
 C_2 a_Z^2 & = & 122 \text{ micro-g} \\
 C_3 a_Z^3 & = & 86 \text{ micro-g} \\
 m_1 a_X a_Z & = & 0 \text{ micro-g} \\
 m_2 a_Y a_Z & = & 87 \text{ micro-g} \\
 n_1 \dot{w}_X & = & 200 \text{ micro-g}
 \end{array}$$

où, on aperçoit que l'erreur due $\dot{w}_X$ est de la même grandeur des autres erreurs.

Chaque accéléromètre mesure donc, en plus de l'accélération selon son axe d'entrée, des composantes d'accéléérations perpendiculaires à son axe d'entrée, données par :

$$\begin{bmatrix} d\gamma_X \\ d\gamma_Y \\ d\gamma_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \sigma & -\beta \\ -\sigma & 0 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_X \\ \gamma_Y \\ \gamma_Z \end{bmatrix} \quad (85)$$

dont, nous allons évaluer les effets au paragraphe (6).

Remarque :

En calculant les grandeurs d'erreurs des senseurs inertiels on présume que :

- i / Les variations des termes d'erreurs dues aux variations de températures ambiantes sont négligeables
(Le contrôle thermique de la centrale strapdown est amélioré grâce à l'élimination des cardans).
- ii / Les vibrations appliquées à la centrale sont atténuées grâce à l'utilisation d'une suspension élastique.

5. Méthode précise pour calculer l'erreur de guidage

Etant donnée que l'erreur au but d'un engin balistique est définie par l'erreur au point d'arrêt de propulsion, il suffit de calculer l'erreur à ce moment-ci, pour trouver l'erreur de guidage.

L'erreur au point d'arrêt de propulsion se définit par les erreurs : $d(\dot{R})$ et $d(\bar{R})$ montrées aux Fig. (24) et cal-

culées après les équations suivantes :

A. Equations d'erreurs dans les trois axes

Commençons par l'équation générale du système strapdown

$$\ddot{\bar{R}} = [M] \ddot{\bar{\gamma}}_v + \ddot{\bar{\phi}} \quad (2)$$

donc l'erreur dans le calcul de l'accélération est

$$d(\ddot{\bar{R}}) = d[M] \ddot{\bar{\gamma}}_v + [M] d(\ddot{\bar{\gamma}}_v) + d(\ddot{\bar{\phi}}) \quad (86)$$

qui, on intègre deux fois pour calculer $d(\dot{\bar{R}})$ et $d(\bar{R})$:

$$d(\dot{\bar{R}}) = \int \text{équation (86)} + \text{erreur du 1er intégrateur de calculateur de navigation}$$

$$d(\bar{R}) = \int \text{équation (86)} + \text{erreur du 2ème intégrateur de calculateur de navigation}$$

Les différents termes d'équation (86) sont calculés après les équations suivantes :

i / Calcul de $d[M]$

Nous avons :

$$\dot{\bar{M}} = \bar{M} \bar{\Omega} \quad (70)$$

$$d \dot{\bar{M}} = \bar{M} d \bar{\Omega} + d \bar{M} \bar{\Omega} \quad (87)$$

où, $d \bar{\Omega}$, l'erreur due aux gyromètres.

Soit $(w_d)_X$, la dérive signalée par le gyromètre dont l'axe d'entrée est parallèle à l'axe (X), (le gyro : G_1), donc d'après l'équation (38) nous avons :

$$(w_d)_X = \sum Ba + \frac{I_s}{H} \dot{w}_Y + \Theta w_Z + f(\emptyset) w_Y + \frac{(I_r - I_e)}{H} w_Z w_X + \frac{I_r - I_e}{H} \Theta (w_X^2 - w_Z^2) + \left(\frac{S}{H} + \frac{1}{2} w_X + \frac{2}{H} w_Y \right) + \frac{C_p}{H} \quad (88)$$

$$(w_d)_Y = \sum Ba + \frac{I_s}{H} \dot{w}_Z + \Theta w_X + f(\emptyset) w_Z + \frac{(I_r - I_e)}{H} w_X w_Y + \frac{I_r - I_e}{H} \Theta (w_Y^2 - w_X^2) (\dots w_Y \dots) + \frac{C_p}{H} \quad (89)$$

$$(w_d)_Z = \sum Ba + \frac{I_s}{H} \dot{w}_Z + \Theta w_Y + f(\emptyset) w_X + \frac{(I_r - I_e)}{H} w_Y w_Z + \frac{I_r - I_e}{H} \Theta (w_Z^2 - w_Y^2) + (\dots w_Z \dots) + \frac{C_p}{H} \quad (90)$$

Equations (70, 87) représentent donc 18 équations à résoudre simultanément pour calculer les erreurs dans les éléments de la matrice M, dues les dérives de gyros.

ii / Calcul de $d(\overline{\gamma}_v)$

L'erreur $d(\overline{\gamma}_v)$ représente l'erreur dans la lecture accélérométrique donnée pour chaque accéléromètre par :

$$d(\gamma_X) = C_0 + C_1 a_X + C_2 a_X^2 + C_3 a_X^3 + m_1 a_X a_Y + m_2 a_X a_Z + n_1 \dot{w}_Y + n_2 w_Z w_X + n_3 (w_X^2 - w_Z^2) + hw^2 + \sigma \gamma_Y - \beta \gamma_Z \quad (91)$$

$$d(\gamma_Y) = C_0 + C_1 a_Y + C_2 a_Y^2 + C_3 a_Y^3 + m_1 a_X a_Y + m_2 a_X a_Z + n_1 \dot{w}_Z + n_2 w_X w_Y + n_3 (w_Y^2 - w_X^2) + hw^2 - \sigma \gamma_X + \alpha \gamma_Z \quad (92)$$

$$d(\gamma_Z) = C_0 + C_1 a_Z + C_2 a_Z^2 + C_3 a_Z^3 + m_1 a_X a_Z + m_2 a_Y a_Z + n_1 \dot{w}_X + n_2 w_Y w_Z + n_3 (w_Z^2 - w_X^2) + hw^2 - \beta \gamma_X - \alpha \gamma_Y \quad (93)$$



iii / Calcul de $\bar{\phi}$

Etant donné que notre véhicule fonctionne (pendant la phase de propulsion) auprès de la terre, c'est-à-dire ($Y = Z = 100 \text{ Km}$; $X = \text{quelques Km}$), on peut exprimer les composantes de $\bar{\phi}$ par l'équation approx. (81)

$$\left. \begin{aligned} \phi_{XI} &= -g_0/a \ X_I \\ \phi_{YI} &= -g_0/a \ Y_I \\ \phi_{ZI} &= -g_0(1 - 2 Z_I/a) \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

où g_0 = accélération dû gravitation au point de lancement

et, a = rayon de la terre (6360 KM environ)

donc,

$$\left. \begin{aligned} d\phi_{XI} &= -g_0/a \ dX_I \\ d\phi_{YI} &= -g_0/a \ dY_I \\ d\phi_{ZI} &= 2 g_0/a \ dZ_I \end{aligned} \right\} \quad (94)$$

Pour simuler les équations (70, 86, 87) sur ordinateur on peut calculer les erreurs selon les trois axes. Pour simplifier, nous allons développer les équations d'erreurs selon un seul axe.

B. Equations d'erreurs d'un seul axe

L'ensemble des équations pour l'axe Y sont :

$$(d\ddot{Y})_I = (l_Y \ m_Y \ n_Y) \begin{bmatrix} d\delta_X \\ d\delta_Y \\ d\delta_Z \end{bmatrix} + (dl_Y \ dm_Y \ dn_Y) \begin{bmatrix} \delta_X \\ \delta_Y \\ \delta_Z \end{bmatrix} + \frac{g_0}{a} (dY)_I \quad (95)$$

où :

$$\left. \begin{aligned} l_Y &= \int (m_Y w_Z - n_Y w_Y) dt + (l_Y)_0 \\ m_Y &= \int (-l_Y w_Z + n_Y w_X) dt + (m_Y)_0 \\ n_Y &= \int (l_Y w_Y - m_Y w_X) dt + (n_Y)_0 \end{aligned} \right\} \quad (96)$$

$$\left. \begin{aligned} dl_Y &= \int (m_Y dw_Z - n_Y dw_Y + w_Z dm_Y - w_Y dn_Y) dt \\ dm_Y &= \int (-l_Y dw_Z + n_Y dw_X - w_Z dl_Y + w_X dn_Y) dt \\ dn_Y &= \int (l_Y dw_Y - m_Y dw_X + w_Y dl_Y - w_X dm_Y) dt \end{aligned} \right\} \quad (97)$$

Les équations (95, 96, 97) représentent l'ensemble de (7) équations à résoudre simultanément, pendant une période de temps égale au temps de propulsion; pour calculer l'erreur en $\dot{Y}$ et en Y au moment d'arrêt de propulsion. La Fig. (26) représente la simulation de ces équations.

C'est évident que les vitesses angulaires du véhicule (w_X , w_Y , w_Z), interviennent dans le calcul des erreurs par une façon importante.

Autrement dit, par contre au système à plateforme stabilisée, l'erreur dû système de guidage est fonction de la réponse dynamique de l'engin.

6. Calcul Approximatif d'Erreur de la Centrale

Pour évaluer la grandeur d'erreur de la centrale strap-down, nous allons faire les approximations suivantes :

Pour l'accéléromètre

Après les valeurs calculées au paragraphe (4.C) on peut

approximer l'erreur de l'accéléromètre par :

$$\begin{aligned}
 d(\gamma) &= (5.10^{-4} + 10^{-4} \gamma_{\text{entrée}}) + \text{erreur dû au mésalignement} \\
 &\quad + \text{erreur propre au système S.D. (mt/sec}^2\text{)} \\
 &= (5.10^{-4} + 10^{-4} \gamma_{\text{entrée}}) + \text{erreur dû au mésalignement} \\
 &\quad + 0.1 \text{ hw}^2 + N_1 \text{ w} \quad \text{mt/sec}^2 \\
 &= (5.10^{-4} + 10^{-4} \gamma_{\text{entrée}}) + \text{e.d.m.} + 0.004 + 20.10^{-4} \\
 &= (5.10^{-4} + 10^{-4} + 20.10^{-4}) + 10^{-4} \gamma_{\text{entrée}} + \text{e.d.m.} \\
 &= 45.10^{-4} + 10^{-4} \gamma_{\text{entrée}} + \text{e.d.m.} \quad \text{mt/sec}^2
 \end{aligned}$$

Pour chaque accéléromètre, nous avons :

$$\begin{aligned}
 d(\gamma_X) &= 45.10^{-4} + 10^{-4} \gamma_X + 10^{-4} (\gamma_Y - \gamma_Z) \\
 &= 45.10^{-4} + 0 + 10^{-4} (10) \\
 &= 0.46 \text{ m.g.} \quad (\text{V. Q. M.})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d(\gamma_Y) &= 45.10^{-4} + 10^{-4} \gamma_Y + 10^{-4} (\gamma_X - \gamma_Z) \\
 &= 45.10^{-4} + 25.10^{-4} + 35.10^{-4} \\
 &= 0.62 \text{ m.g.} \quad (\text{V. Q. M.})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d(\gamma_Z) &= 45.10^{-4} + 10^{-4} \gamma_Z + 10^{-4} (\gamma_X - \gamma_Y) \\
 &= 45.10^{-4} + 35.10^{-4} + 25.10^{-4} \\
 &= 0.62 \text{ m. g.} \quad (\text{V. Q. M.})
 \end{aligned}$$

Pour le gyromètre

Nous allons considérer que les trois gyromètres soient pratiquement identiques, et la dérive signalée par chacun soit 8 degré/hr = γ Autrement dit :

$$\begin{aligned} \mathcal{V} = dw_X = dw_Y = dw_Z &= 8 \text{ degré/hr} \\ &= 0.039 \text{ m.rad/sec.} \end{aligned}$$

Aussi pour calculer l'erreur dans les éléments de la matrice de transformation dû les dérives de gyros, nous allons considérer que les vitesses angulaires du véhicule soient nulles, qui simplifie équation (97) à :

$$\left. \begin{aligned} d l_Y &= \int (m_Y dw_Z - n_Y dw_X) dt \\ d m_Y &= \int (-l_Y dw_Z + n_Y dw_X) dt \\ d n_Y &= \int (l_Y dw_Y - m_Y dw_X) dt \end{aligned} \right\} \quad (98)$$

Substituons les valeurs des dérives de gyros, ainsi que les valeurs initiales de (l, m, n) pour l'axe (Y) $(0, 1, 0)$; équation (98) se réduit à :

$$\begin{aligned} d l_Y &= \int \mathcal{V} dt \\ d m_Y &= \int (-\mathcal{V} l_Y + \mathcal{V} n_Y) dt \\ d n_Y &= -\int \mathcal{V} dt \end{aligned}$$

mais, comme les vitesses angulaires du véhicule sont nulles, on obtient donc :

$$\begin{aligned} l_Y &= dl_Y = \mathcal{V} t &= 2.34 \times 10^{-3} \\ n_Y &= dn_Y = -\mathcal{V} t &= 2.34 \times 10^{-3} \\ dm_Y &= \int (-\mathcal{V}^2 t - \mathcal{V}^2 t) dt \\ &= 0.7 \mathcal{V}^2 t^2 &= 3.85 \times 10^{-6} &\text{V.Q.M.} \\ m_Y &= 1 - dm_Y \\ &= 0.3 \mathcal{V}^2 t^2 &\cong 1 \end{aligned}$$

Procédons de la même façon pour calculer les valeurs correspondantes pour les deux autres axes, on obtient les valeurs suivantes indiquées par le tableau (A).

TABLEAU (A)

élément	Axe X	Axe Y	Axe Z
l	1	$(2.34) 10^{-3}$	$(2.34) 10^{-3}$
m	$(2.34) 10^{-3}$	1	$(2.34) 10^{-3}$
n	$(2.34) 10^{-3}$	$(2.34) 10^{-3}$	1
dl	$(3.85) 10^{-6}$	$(2.34) 10^{-3}$	$(2.34) 10^{-3}$
dm	$(2.34) 10^{-3}$	$(3.85) 10^{-6}$	$(2.34) 10^{-3}$
dn	$(2.34) 10^{-3}$	$(2.34) 10^{-3}$	$(3.85) 10^{-6}$

En utilisant les valeurs du tableau (A), pour calculer l'équation (86), on obtient les erreurs d'accélérations dans les trois axes, indiqués au tableau(B). Notons que, d'après le tableau (B), les erreurs dues les gyromètres, sont plus significatives, qui expose l'importance du choix des senseurs d'orientations. Intégrons l'erreur d'accélération pendant 60 sec., on obtient l'erreur en vitesse, dont la valeur maximum est 0,3 % pour l'axe Y

TABLEAU (B)

Erreur	Valeur mg	Axe X	Axe Y	Axe Z
dû à	1 d δ_X	0.46	0.001	0.001
l'Accéléro-	m d δ_Y	0.0015	0.62	0.0015
mètre	n d δ_Z	0.0015	0.0015	0.62
dû aux	δ_X dl	0	0	0
Gyro-	δ_Y dm	5.85	0.01	5.85
mètres	δ_Z dn	8.19	8.19	0.01
V. Q. M. mg.		10.07	8.21	5.88
erreur de vitesse mt/sec.		6.04	4.93	3.53
vitesse mt/sec.		0.0	1500	2100
erreur de vitesse %		-	0.3 %	0.17 %

- Dans ce calcul d'erreurs, on signale que :
- i / Les erreurs ^{erreurs} indiquées sont les valeurs majorantes, dues au fait que les maximum de senseurs inertiels sont utilisés à la fois
 - ii / Etant donné que la période de propulsion (60 seconds) est trop courte par rapport à la période de Schuler (84 minutes), on a négligé le terme d'erreur dû à la gravitation. Or, si nous évaluons la grandeur de ce

terme pour l'axe (Y), on trouve :

$$\varepsilon_0/a \text{ d } (Y_I) = (1.5) 10^{-6} (300) = 0.045 \text{ m.g.}$$

qui est négligeable devant l'erreur due au gyromètre.

7. Résumé.

L'étude des erreurs montre que :

A. Pour le gyromètre

- i / L'erreur la plus significative est due à l'accélération angulaire autour de l'axe de sortie. Trois accéléromètres angulaires doivent être utilisés, pour chaque centrale, pour corriger les lectures des gyromètres.
Une telle correction, impose au calculateur trois opérations de multiplications et trois opérations d'additions.
- ii / L'erreur due au couplage autour de l'axe de référence peut être acceptée pour quelques missions, ou compensée par le calcul des termes ($w\theta$). Une telle correction impose au calculateur trois opérations de multiplications ainsi que trois opérations d'additions.
- iii / L'erreur due aux caractéristiques du moteur couple représente une limitation du système.

B. Pour l'accéléromètre

L'erreur la plus significative est due au montage de la



centrale dans une position éloignée du centre de masse du véhicule. Cette erreur doit être compensée, où elle impose au calculateur six opérations d'additions.

C. Pour la centrale

L'erreur totale de la centrale (environ 0.3 % pour la mesure de la vitesse au moment d'arrêt de propulsion) est acceptable pour ce type de mission. Notons que les erreurs de gyromètres représentent l'erreur importante de la centrale.

CONCLUSION

D'après l'étude précédente, on peut conclure que, le choix d'un système strapdown, au lieu d'un système à plateforme stabilisée pour un véhicule, dépend des performances du véhicule même, pendant le vol. Autrement dit, l'utilisation d'un système strapdown est limitée par :

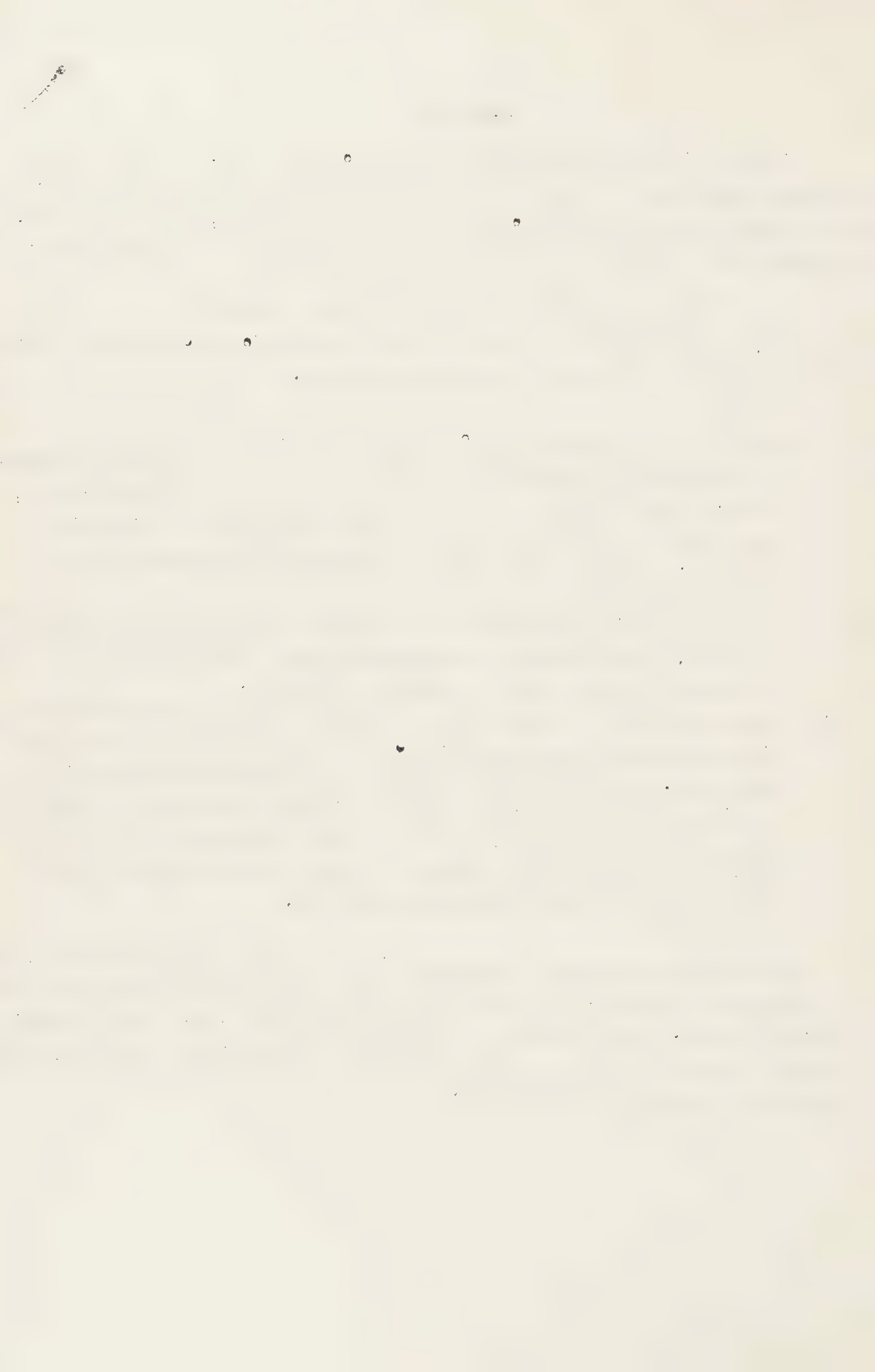
- i / La vitesse du calculateur
- ii / La précision de la centrale inertielle

qui sont, (comme exposé au cours de cette étude) fonction des performances du véhicule, ainsi que de sa réponse dynamique.

Au point de vue conception, on signale que :

- i / La réalisation du gyromètre flottant doté d'une suspension magnétique, l'amélioration des caractéristiques de son moteur couple, ainsi que la correction de sa lecture utilisant des dispositifs spéciaux, constitue un senseur d'orientation adéquate pour la centrale strapdown.
- ii / Le choix de l'accéléromètre ne présente pas de grandes difficultés, en effet, l'accéléromètre pour plateformes stabilisées, peut être également utilisé pour la centrale strapdown.
- iii / Compte tenu de la limitation en vitesse du calculateur embarqué, l'utilisation du système strapdown, se trouve limitée pour certains véhicules. Un calculateur de type déjà commercialisé peut être utilisé pour les véhicules dont la vitesse angulaire se situe en dessous de 15 degré/sec. Pour les autres véhicules, un calculateur spécial est conçu, qui prendra la forme d'un Analyseur Digital Différentiel ou d'un Calculateur Hybride.

En résumé, le système strapdown, s'adapte bien aux véhicules à durées de propulsion courtes, et surtout pour les véhicules de mouvements angulaires faibles. Généralement, un système strapdown conçu spécialement pour un véhicule donné, et compte tenu des restrictions énumérées, peut atteindre la précision souhaitée.



ANNEXE "A"MATRICES DE TRANSFORMATION DU TRIEDRE VEHICULE AU
TRIEDRE INERTIEL1. Définitions

Soit :

$(OXYZ)_I$: le trièdre inertiel fixe dans l'espace, représenté par les vecteurs unitaires $(\bar{U}_X, \bar{U}_Y, \bar{U}_Z)_I$

$(OXYZ)$: le trièdre du véhicule, représenté par les vecteurs unitaires $(\bar{U}_X, \bar{U}_Y, \bar{U}_Z)$.

$(\gamma_X, \gamma_Y, \gamma_Z)$: les lectures accélérométriques des 3 accéléromètres montés en parallèlement au trièdre véhicule.

Pour transformer les lectures accélérométriques du trièdre véhicule au trièdre inertiel, on peut relier les deux trièdres par plusieurs méthodes, où on distingue :

- 1) Trois Angles d'Euler
- 2) Neuf cosinus directeurs.

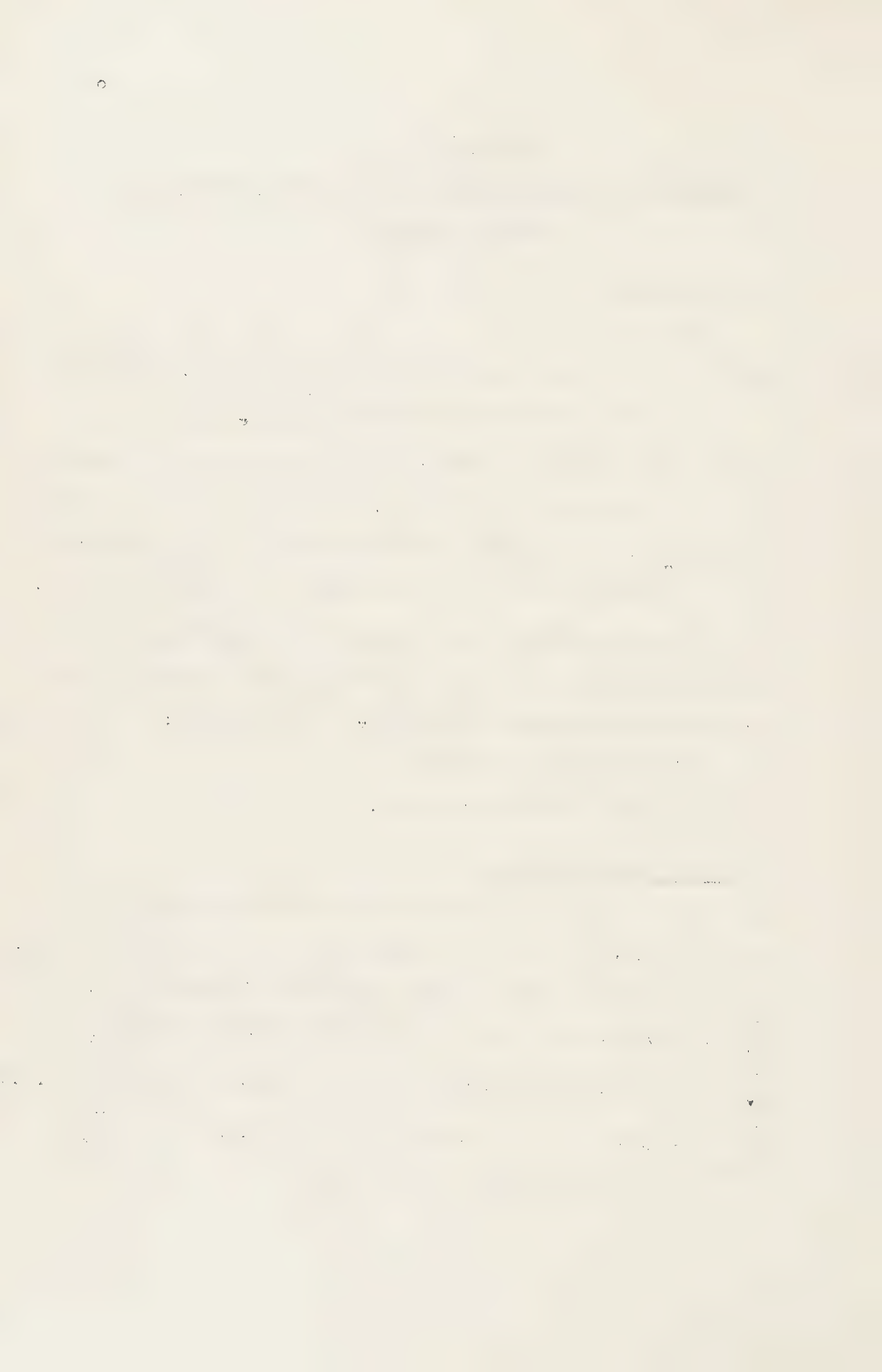
2. Trois Angles d'Euler

On présume que le trièdre véhicule est tourné par les angles (ψ, θ, ϕ) autour des axes Z_I, Y_I et X_I successivement.

Donc la relation entre les deux trièdres s'exprime par :

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_X \\ \bar{U}_Y \\ \bar{U}_Z \end{bmatrix}_I = \begin{bmatrix} C\psi C\theta C\phi S\psi S\theta S\phi - S\psi C\phi & C\psi S\theta C\phi + S\psi S\phi \\ C\psi C\theta S\phi S\psi S\theta S\phi + C\psi C\phi & S\psi S\theta C\phi - C\psi S\phi \\ -S\theta & C\theta S\phi & C\theta C\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_X \\ \bar{U}_Y \\ \bar{U}_Z \end{bmatrix} \quad (1.A.)$$

où C = cosinus ; S = sinus



Or :

$$\begin{bmatrix} \overline{U_X} \\ \overline{U_Y} \\ \overline{U_Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{U_X} \\ \overline{U_Y} \\ \overline{U_Z} \end{bmatrix} \quad (2.A.)$$

Le calcul de M_1 dépend sur le type du détecteur d'orientation utilisé dans la centrale strapdown.

Dans le cas où des gyroscopes libres sont utilisés, leurs sorties indiquent directement les valeurs ($\dot{\varphi}$, $\dot{\theta}$ et $\dot{\psi}$) nécessaires pour le calcul de M_1 .

Dans le cas où des gyromètres sont utilisés, leur lecture (w_X , w_Y et w_Z), indiquant les vitesses angulaires inertielles du véhicule autour du trièdre inertiel, sont utilisées pour résoudre les équations (3.A.), (dérivées des angles Eulerien), donc, trouver ($\dot{\varphi}$, $\dot{\theta}$ et $\dot{\psi}$) nécessaires pour le calcul de M_1 .

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi} &= w_X + (w_Y \sin \varphi + w_Z \cos \varphi) \tan \theta \\ \dot{\theta} &= w_Y \cos \varphi - w_Z \sin \varphi \\ \dot{\psi} &= (w_Y \sin \varphi + w_Z \cos \varphi) \sec \theta \end{aligned} \right\} \quad (3.A.)$$

3. Matrice de neuf cosinus directeurs

On définit, chaque vecteur unitaire du trièdre véhicule, par les trois angles qui le relie au trièdre inertiel, soit :

l_X, l_Y, l_Z : les cosinus directeurs de l'axe OX par rapport aux axes OX_I, OY_I, OZ_I .

m_X, m_Y, m_Z : les cosinus directeurs de OY.

n_X, n_Y, n_Z : " " de OZ.

On peut donc exprimer les vecteurs unitaires $(\bar{U}_X, \bar{U}_Y, \bar{U}_Z)_I$ par :

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_X \\ \bar{U}_Y \\ \bar{U}_Z \end{bmatrix}_I = \begin{bmatrix} l_X & m_X & n_X \\ l_Y & m_Y & n_Y \\ l_Z & m_Z & n_Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_X \\ \bar{U}_Y \\ \bar{U}_Z \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} \bar{U}_X \\ \bar{U}_Y \\ \bar{U}_Z \end{bmatrix} \quad (5.A.)$$

où, M , la matrice orthogonale des cosinus directeurs.

Par l'application directe de la loi de Coriolis au vecteur $(\bar{U}_X)_I$, nous avons :

$$\frac{d}{dt}(\bar{U}_{XI})_I = \frac{d}{dt}(\bar{U}_{XI})_V + w_{(V/I)} \wedge \bar{U}_{XI} = 0 \quad (5.A.)$$

$$\text{Mais } \bar{w}_{V/I} = w_X \bar{U}_X + w_Y \bar{U}_Y + w_Z \bar{U}_Z \quad (6.A.)$$

$$\text{et } \bar{U}_{XI} = l_X \bar{U}_X + m_X \bar{U}_Y + n_X \bar{U}_Z \quad (7.A.)$$

$$\text{donc } \frac{d}{dt}(\bar{U}_{XI})_V = \dot{l}_X \bar{U}_X + \dot{m}_X \bar{U}_Y + \dot{n}_X \bar{U}_Z \quad (8.A.)$$

substituons en (5.A.), on obtient :

$$\dot{l}_X \bar{U}_X + \dot{m}_X \bar{U}_Y + \dot{n}_X \bar{U}_Z = -(w_X \bar{U}_X + w_Y \bar{U}_Y + w_Z \bar{U}_Z) \wedge (l_X \bar{U}_X + m_X \bar{U}_Y + n_X \bar{U}_Z) \quad (9.A.)$$

$$\text{donc : } \begin{aligned} \dot{l}_X &= w_Z m_X - w_Y n_X \\ \dot{m}_X &= w_X n_X - w_Z l_X \end{aligned} \quad (10.A.)$$

$$\dot{n}_X = w_Y l_X - w_X m_X$$

Avec les deux systèmes d'équations associés aux $\bar{U}_{YI}$ et $\bar{U}_{ZI}$, on obtient un système de neuf équations différentielles qui permet de calculer M , et s'écrit par : $\dot{M} = M \Omega$ (11.A.)

$$\text{avec : } \Omega = \begin{bmatrix} 0 & -w_Z & w_Y \\ w_Z & 0 & -w_X \\ -w_Y & w_X & 0 \end{bmatrix} \quad (12.A.)$$

une matrice antisymétrique dont w_X , w_Y et w_Z sont les lectures de détecteurs de vitesses angulaires du véhicule.

ANNEXE " B "GYROMETRE A LASER1. Fonctionnement.

Le gyromètre à laser est un dispositif statique capable de mesurer des vitesses angulaires dans l'espace : il s'agit d'un système basé sur des phénomènes optiques et électroniques et ne comporte pas de masse tournante. Il se compose de : (voir Fig. C 1) :

- i) D'un ensemble de réflecteurs (3 ou 4 miroirs ou prismes à réflexion totale), placés de telle manière qu'ils entourent une aire, celle-ci représentant une cavité optique fermée sur elle-même. Les réflecteurs définissent le trajet parcouru par un rayon de lumière.
- ii) D'un amplificateur de lumière (tube laser), placé entre les miroirs.
 Tel dispositif (un amplificateur couplé à un résonateur) est susceptible d'osciller si le gain d'amplificateur est supérieur aux pertes de la cavité et des miroirs. En effet, vu la nature fermée du trajet parcouru par le rayon de lumière, le laser émet deux ondes qui parcourent la cavité en sens contraire.

On peut signaler que, avec une vitesse d'entrée nulle, le trajet des deux ondes est le même, les fréquences sont donc les mêmes. D'autre, avec une vitesse d'entrée (Ω), une onde voit son trajet allonger, l'autre voit son trajet diminuer, dans ce cas, les deux fréquences d'oscillation sont donc différentes avec la différence proportionnelle à la vitesse d'entrée.

La différence en fréquence (ou fréquence de battement) est donnée par :

$$\Delta f = \frac{4 A \Omega}{L \lambda}$$

A = surface entourée par le trajet des ondes

Ω = vitesse d'entrée

λ = longueur d'onde de travail

L = longueur de trajet optique.

Prenons l'exemple numérique, d'un gyromètre triangulaire de 10 cm de côté, à "Hélium-Néon" (He-Ne) où $\lambda = 0.6328 \times 10^{-6}$ mt.

Donc : $\Delta f = 0.215 \Omega$ c.p.s.

avec Ω en degré/hr

qui représente l'importance d'avoir un gyromètre de grandes dimensions pour avoir une sortie détectable pour faible vitesse d'entrée.

2. Phénomène de couplage (Lock-in phenomena)

Le gyromètre à laser présente plusieurs difficultés dont la plus importante est le phénomène de couplage. En relevant la caractéristique entrée/sortie (vitesse d'entrée Ω , fréquence de sortie Δf), on observe que cette courbe (Fig. C.2) est linéaire jusqu'à une valeur minimum de vitesse d'entrée. Autrement dit, au-dessous d'une certaine valeur de vitesse d'entrée, les deux ondes émises par le laser ont la même fréquence. C'est ce qu'on appelle le phénomène de couplage, qui représente le seuil de détection du gyro.

La fréquence de couplage, qui se situe (20 - 100 degré/hr) est fonction de λ et A.

Ce phénomène rend le gyromètre à laser impropre aux applications d'importance inertielles, sans l'emploi d'une méthode de faux zéro. Un biais fixe et rigoureusement stable représentant une vitesse d'entrée constante, peut être ajouté à la vitesse mesurée.

ANNEXE " C "ANALYSEUR DIGITAL DIFFERENTIEL1. Généralités

L'analyseur digital différentiel (A.D.D.), est un calculateur incrémental, dont le but est la résolution d'un ensemble d'équations différentielles. Vu son organisation, d'un nombre important d'unités identiques (intégrateurs), il semble en quelque sorte le calculateur analogique, sur lequel il présente l'avantage d'une meilleure précision (précision limitée par la longueur du mot). Par ce qui suit, on expose le principe de fonctionnement ainsi que les deux différentes conceptions d'un tel calculateur.

2. Élément de base d'un A.D.D.

L'intégrateur, composé de deux registres (Y et R) et d'un additionneur, (voir la Fig. C.1), représente l'élément de base d'A.D.D., dont le fonctionnement s'écrit par la suite : Soit : $Y = f(X)$ la fonction à intégrer; l'intégrateur est commandé par des impulsions d'horloge, où à chaque impulsion :

a) Y est remis à jour en additionnant ΔY au contenu du registre Y; $Y_{(n+1)} = Y_n + \Delta Y_{(n+1)}$

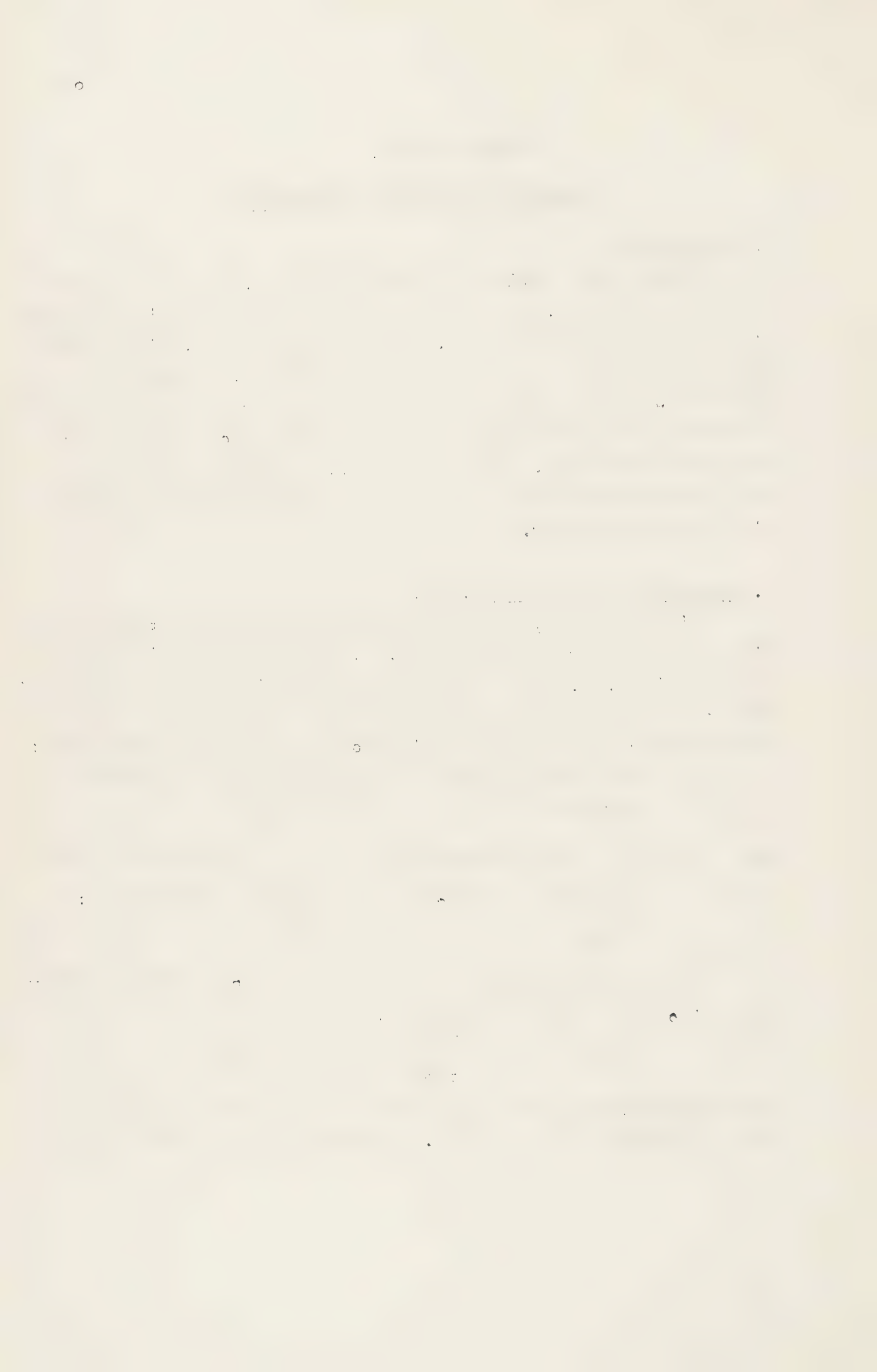
et b) $Y_{(n+1)}$ est multiplié par ΔX et le résultat de cette opération additionné au contenu du registre R :

$$R_{(n+1)} = R_n + Y_{(n+1)} \Delta X_{n+1}$$

Le registre (R) est un totalisateur, donc après m impulsion d'horloge, son contenu est :

$$R_m = R_0 + \sum_{n=0}^{m-1} Y_{(n+1)} \Delta X_{(n+1)}$$

qui représente la somme des aires des rectangles inscrits sous la courbe : $Y = f(X)$. Autrement dit, ce dispositif



effectue une intégration approximée de la fonction (Y).

Pour des raisons de commodité, ΔX est choisi parmi les valeurs (+ 1 , 0 , - 1), donc :

Si $\Delta X = + 1$: le contenu du registre Y est ajouté à celui du registre R ; $R_{(n+1)} = R_n + Y_{(n+1)}$

Si $\Delta X = 0$: le contenu du registre R reste inchangé.

Si $\Delta X = - 1$: le contenu du registre Y est retranché de celui du registre R ; $R_{(n+1)} = R_n - Y_{(n+1)}$

Sa capacité dépassée, le registre R, (un registre à débordement possédant n étages) transmet une sortie ΔZ volant 2^n , au même temps que cette quantité : $\Delta Z = \frac{\sum Y \Delta X}{2^n}$ est retranchée de son contenu. La sortie ΔZ , qui peut prendre les valeurs (+ 1, 0, ou - 1) sera utilisée comme ΔX ou ΔY pour les autres intégrateurs.

L'intégrateur est représenté par le schéma Fig. (C.2) où : ΔX , variable primaire; n'est pas forcément une variable du temps

ΔY , variable secondaire; qui peut être la somme de plusieurs variables.

Si, ΔX est programmé pour être (-1), et les impulsions de débordement (ΔZ) appliquées à l'entrée avec ΔY , on obtient un Servo-Intégrateur.

3. Organisation générale d'A.D.D.

Un A.D.D. est composé d'un nombre d'intégrateurs tels que nous les avons décrits et organisés suivant l'une des deux méthodes ci-après :

- a) A.D.D. série : où les intégrateurs sont analysés à tour de rôle par un élément de calcul unique.
- b) A.D.D. parallèle : où chaque intégrateur possède son élément de calcul.

a- A.D.D. Série

L'organisation générale d'un A.D.D. série est représentée Fig. (C.3). Il se compose d'un certain nombre d'intégrateurs désignés par (N); qui sont analysés à tour de rôle par un élément de calcul unique. Le temps d'un cycle de calcul, (période d'itération T), est la somme de temps de calcul nécessaire pour chaque intégrateur. Donc, $T = I N$ secondes, c'est-à-dire, que la vitesse du calcul dépend du nombre d'intégrateurs.

L'A.D.D. est composé de quatre unités :

- 1) Registres (R et Y) : Pour chaque intégrateur il y a un registre R et un registre Y.
- 2) Un Bloc Arithmétique; unique pour tous les intégrateurs. Il se compose de :
 - i / Un accumulateur $\Sigma \Delta Y$
 - ii / Un additionneur $\Sigma \Delta Y$ à Y
 - iii / Un additionneur/soustracteur Y^* à R^*
- 3) Une Mémoire ΔZ avec deux emplacements pour chaque intégrateur, afin de stocker les débordements positifs et négatifs.
- 4) Un bloc de programme qui sert à interconnecter les intégrateurs entre eux suivant les données du problème. Ceci est réalisé par câblage ou par un programme enregistré.

Référons à la Fig. (C.3) pour résumer, le fonctionnement d'un A.D.D. série :

- 1) L'additionneur A_1 , ajoute le contenu du registre Y au $\Sigma \Delta Y$, et le résultat Y^* est réintroduit dans le registre Y.
- 2) L'additionneur/soustracteur (A/S), reçoit le mot du registre R ainsi que Y^* , et en ordre d'addition ou de soustraction ΔX . Le résultat R^* est réintroduit dans le registre R.

- 3) Le débordement de R, qui peut se produire au cours du traitement d'un nombre contenu dans un intégrateur, est stocké dans l'emplacement correspondant de cet intégrateur, dans le bloc de mémoire ΔZ .
- 4) Le choix de ΔZ pour devenir ΔX et ΔY pour l'intégrateur (i), est contrôlé par le bloc de programme, et doit être effectué au cours du calcul de l'intégrateur (i - 1).

b- A.D.D. Parallèle

Pour un A.D.D. parallèle, chaque intégrateur contient son bloc arithmétique propre, les calculs sont effectués dans tous les intégrateurs en même temps. La vitesse de calcul pour un A.D.D. parallèle, ne dépend donc pas du nombre d'intégrateurs.

L'organisation est simple, en effet le bloc de mémoire n'est plus nécessaire et l'interconnection entre les différents intégrateurs est directe par câblage.

REFERENCE et BIBLIOGRAPHIE

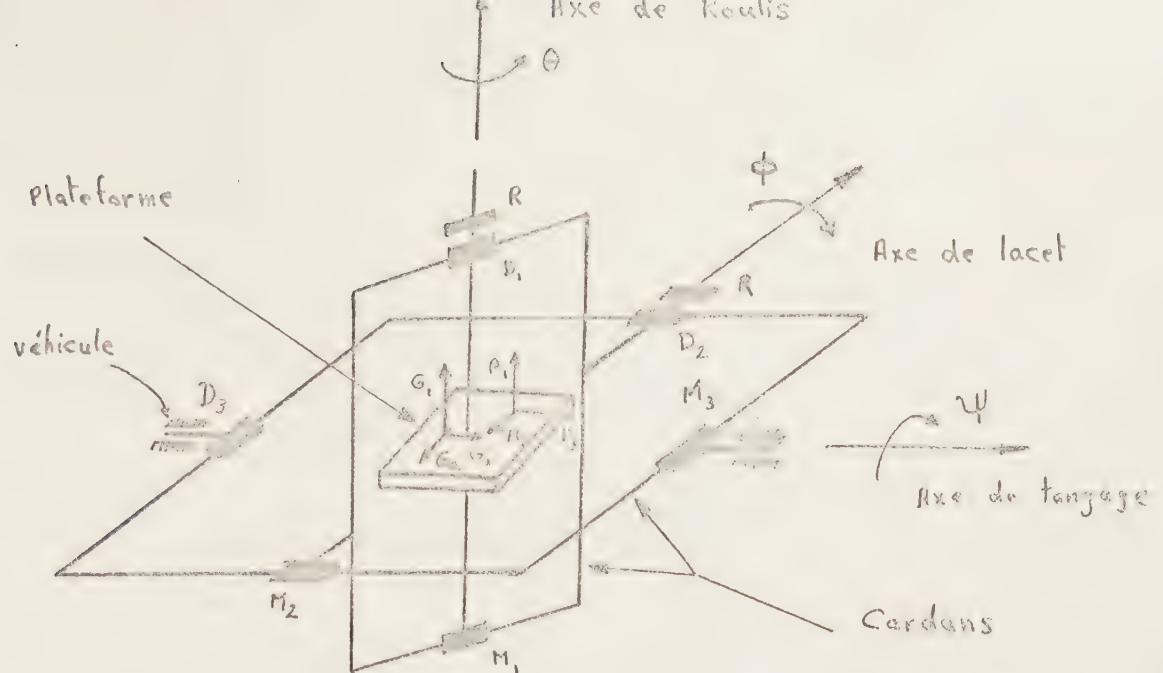
- 1 - QUASIUS G.R. , "Strapdown Inertial Guidance", Space/Aero.
August 1963.
- 2 - KENNEL, HANS F., "Initial Alignment of a Strapdown Inertial Reference & Navigation System".
A.I.A.A paper n° 67.556, August 1967.
- 3 - MINOR J.W., "Low Cost Strapdown Inertial System",
A.I.A.A./ I.O.N. Guidance & Control Conference,
August 1965.
- 4 - POWELL J.C., "The Present & Futur Roles of Strapped -
Down Inertial Systems", Transactions of the Eighth
Symposium on Ballistic Missile & Space Technology,
Oct. 1963.
- 5 - BUMSTEAD R.M., VANDER VELDE W.E., "Navigation & Guidance
Systems Employing Gimballess I.M.U.".
A.I.A.A paper n° 63-307. August 1963.
- 6 - DUCAN R.C., "1964 State of the Art Navigation, Guidance
and Control" A I A A Paper N° 64-500, June 1964.
- 7 - LANGFORD R.C., "Unconventional Inertial Sensors",
A.I.A.A paper n° 65-401, July 1965.
- 8 - GELB A., SUTHERLAND A. Jr., "Design Approach for reducing
Gyro Induced Erros in Strapdown Inertial Systems",
A.I.A.A paper N° 68-830, August 1968.
- 9 - GRAMMATIKOS A., SCHUTER A.R., FEGLEY K.A., "Damping Gim-
balless Inertial Navigation Systems", I.E.E.E.
May 1967.
- 10- CHISTENSEN T.W., "Advanced Development of ESG Strapdown
Navigation Systems" I.E.E.E. March 1966.
- 11- JEROLD P. GILMORE & Julius FELDMAN, "The gyroscope in tor-
que to balance strapdown application".
A.I.A.A. paper n° 69-848 ; August 1969.
- 12 - James B. MATTHEWS & Georges R. TAYLOR, "Development pro-
gram for a general purpose computer and S.D.I.M.U."
A.I.A.A. paper n° 69-850, August 1969.
- 13- Jerold P. GILMORE, Richard A. McKERN, "Real-time strap-
down attitude package evaluations"
A.I.A.A. paper n° 69-849, August 1969.
- 14- MINOR J.W., "Strapdown Inertial Guidance",
Space/Aeronautics October 1969.

- 15 - OTTEN D.D., "A Look into Strapdown Guidance Design",
Control Engineering, October, November 1966.
- 16 - WILCOX J.C., "A new Algorithm for Strapped-Down Inertial
Navigation", I.E.E.E., September 1967.
- 17 - KLASS, P.J., "Honeywall to Test Laser Gyro Unit",
Aviation week & Space Technology, October 6, 1969.
- 18 - ZAGONE, P.V., "Inertial Attitude sensors in a Strapped-
Down System", A.I.A.A./I.O.N. Guidance & Control
Conference, August 1965.
- 19 - KILLPATRICK J. " The Laser Gyro",
I.E.E.E. Spectrum, October 1967.
- 20-CATHERIN J.M., DESSUS B., "Gyrometres Laser et Applications",
AGARD Proceedings N° 43, May 1968.
- 21 - DANIEL F.P., DOANE G.B., KISSEL R.R., "A study of Strap-
down Inertial Navigation at the Marshall Space
Flight Center", AGARD, Proc. N° 43, May 1968.
- 22 - YAMRON J., "Description of a Strapdown Inertial Measur-
ment Unit", AGARD, Proc. N° 43, May 1968.
- 23 - HAYES R.J., "Strapdown Guidance Component Research",
AGARD, Proc. N° 43, May 1968.
- 24 - BRONKHORST A.V., "Euler Angle strapped-Down Computer",
AGARD, Proc. N° 43, May 1968.
- 25 - EDGE C.F., "Digital Differential Analyzers Vs. General
Purpose Digital Computers for Schuler-Tuned
Inertial Navigation System", I.E.E.E. Trans. on
Military Electronics, Jan. 1963.
- 26 - SIZERS T.R.H., OWER P.L., PARTRIDGE D.W., "Corsair, A
Transistorized D.D.A." The Journal of the British
Institute of Radio Engineers N°2 (8/1961).
- 27 - FARREL J.L., "Performance of Strapdown Inertial Attitude
Reference Systems".
Journal of Space craft and rockets - Sept. 1966.
- 28 - D.O. BAECHLER, "Trends in the design of aero space digital
computers" Colloque international sur les calcu-
lateurs embarqués. CNES 1968.

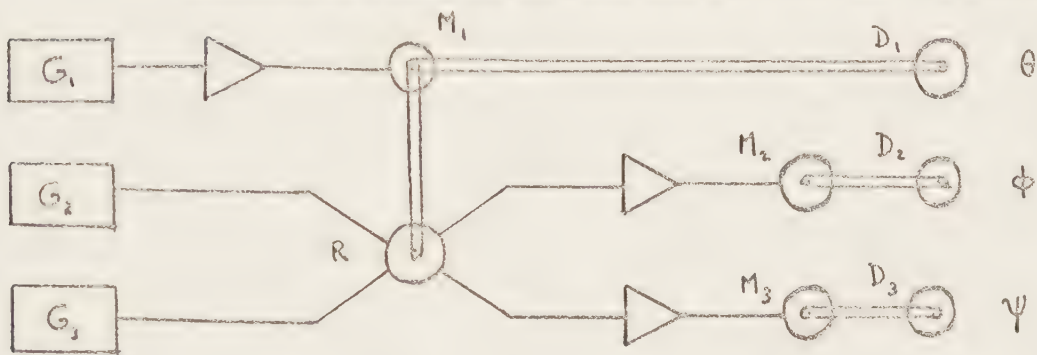
BIBLIOGRAPHY

- 29 - BROXMEYER C., "Inertial Navigation Systems",
Mcgraw-Hill, New-York, 1964.
- 30 - CARPENTIER J., RADIX J.C., BOUVET J., BONNEVALLE G.,
"Navigation par Inertie", Dunod, Paris, 1962.

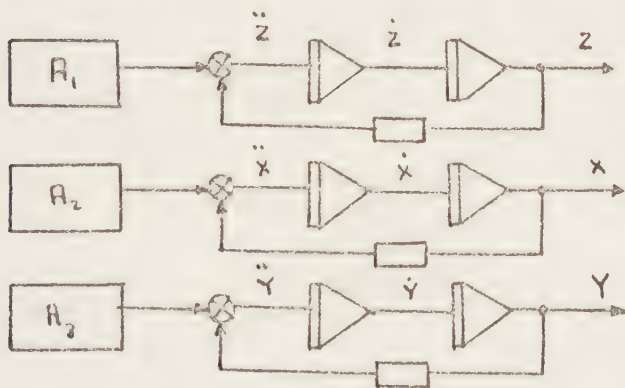
- 31 - BERNANDEZ M., MACOMBER G.R., "Inertial Guidance Engineering", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1962.
- 32 - LEONDES C., "Guidance & Control of Aerospace Vehicles", University of California Engineering and Sciences Extension series McGraw-Hill, New-York, 1963.
- 33 - PARVIN R.H., "Inertial Navigation", Van Nostrand 1962.
- 34 - PITMAN G.R. "Inertial Guidance", Wiley, 1962.
- 35 - FREY E.J., SARDA P., "Initiation a la Navigation par Inertie", M.I.T. Instrumentation Laboratory, Avril, 1969.
- 36 - TENOT A., "Gyroscopie, Théorique et Expérimentale", Librairie Scientifique et Technique, Paris, 1964.
- 37 - LANGFORD R.C., "Guidance & Control II", Progress in Astronautics & Aeronautics - Volume 13, Académie Press - N.Y. 1964.
- 38 - CHU Y., "Digital Computer Design Fundamentals", McGraw-Hill, 1962.
- 39 - SIZER, T.R.H., "The Digital Differential Analyser", Chapman and Hall, London, 1968.
- 40 - MAYOROV F.V., "Electronic Digital Integrating Computers, Digital Differential Analyzers", London, Iliffe Books Ltd. 1964.
- 41 - CHINAL J., "Techniques Booléennes et Calculateurs Arithmétiques", Dunod, Paris, 1967.
- 42 - CNES, "Calculateurs embarqués sur Fusées et Satellites", Colloque International, Paris, Décembre 1968.
- 43 - WAYNE C. IRWIN, "Digital Computer Principles", D. Van Nostrand 1960.
- 44 - BOUCHER H., "Organisation et Fonctionnement des machines Arithmétiques", Masson, Paris, 1960.
- 45 - STERN J., LEPETIT P., "Techniques Arithmétiques", Cours de l'E.N.S.A., Paris 1964.
- 46 - PELEGRIN M., "Machine à calculer".



Organization d'une Centrale à Plateforme Stabilisée



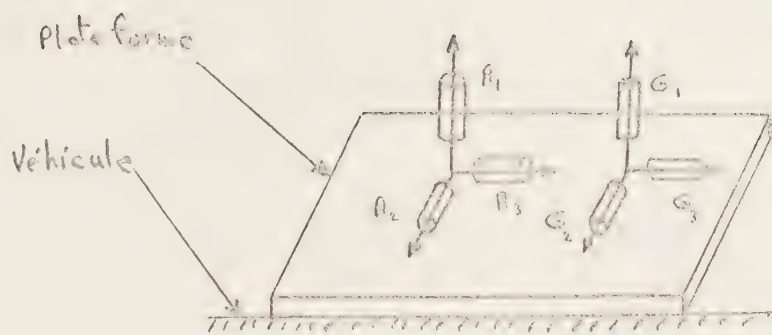
Bloc Diagramme de Centrale. ($\theta, \phi, \psi \equiv$ Angles d'Attitude)



M = moteur couple .
R = résolveur (Sin.Cos) .
D = détecteur angulaire .
G = Gyroscope un axe .
A = Accéléromètre linéaire un-axe .

Calcul des Vitesses et Distances Du Véhicule

Fig. (1) Centrale à Plateforme Stabilisée et Calcul Associée



Organization d'une Centrale Strap Down

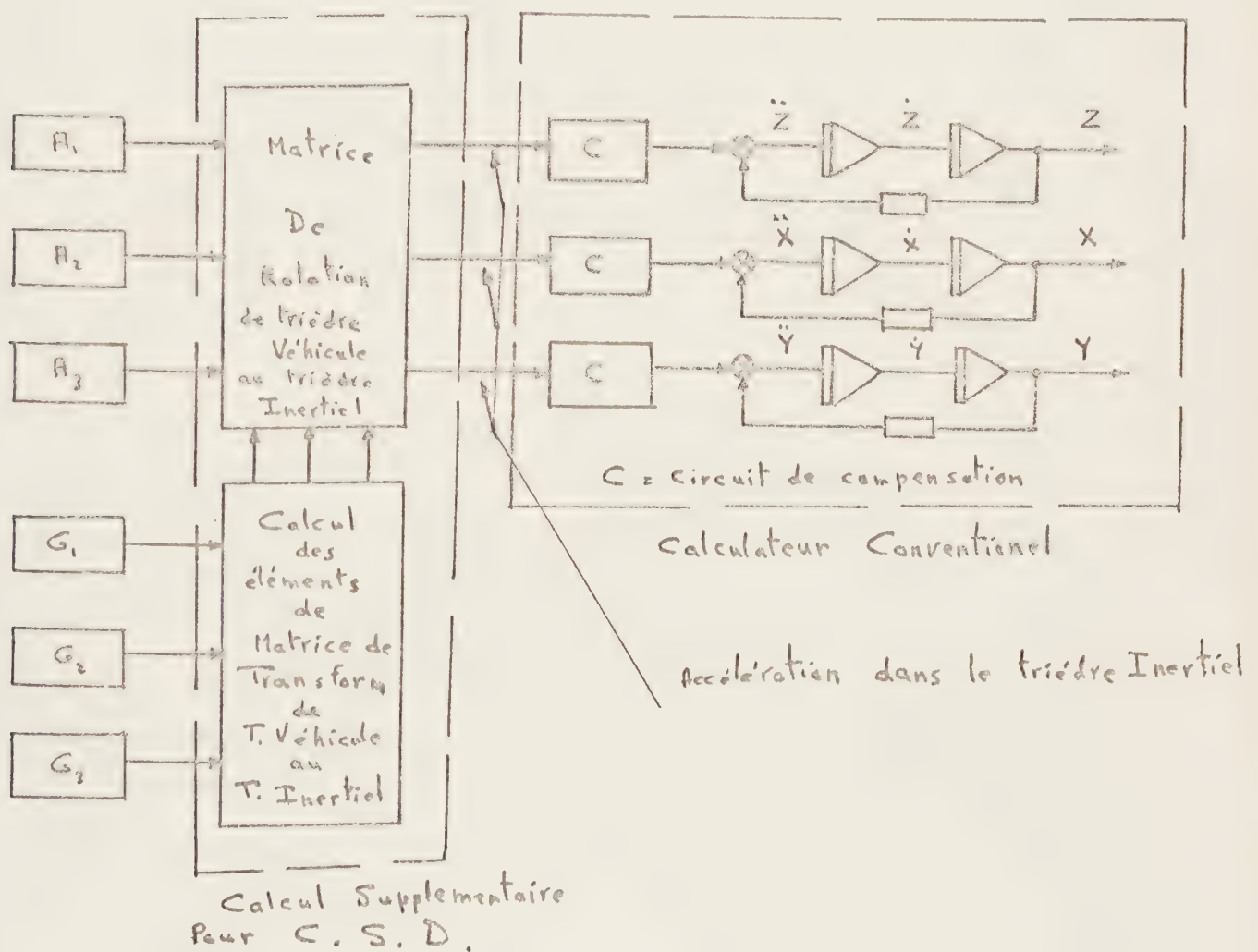
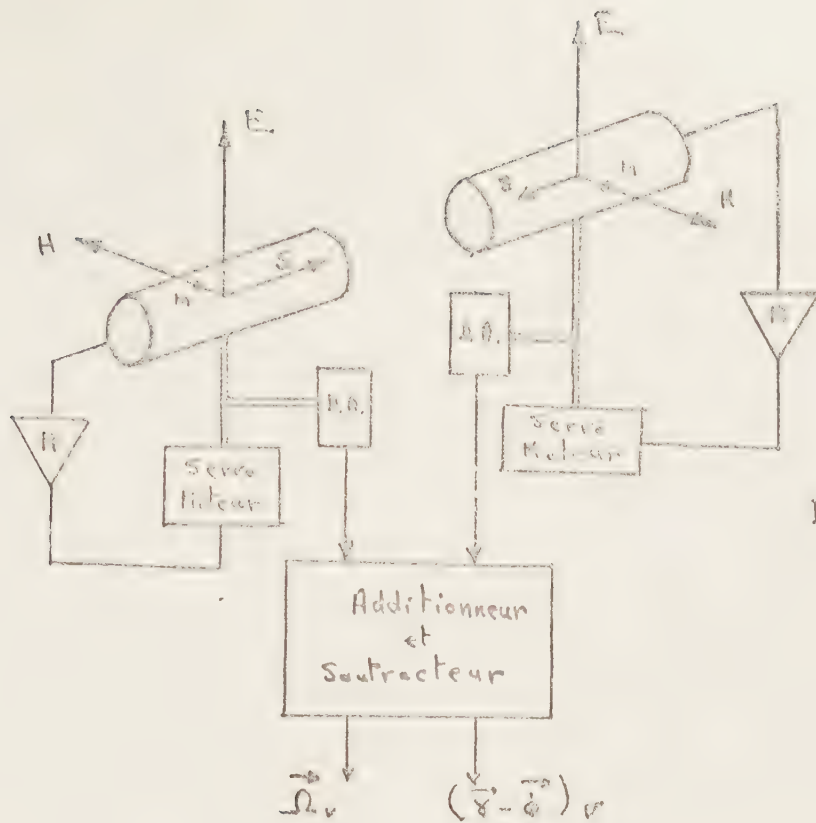


Fig (2) Centrale Strap Down et Calcul Associée



D.A. = Detecteur Angulaire

Fig (6) : Système Avec 6-PGA's.

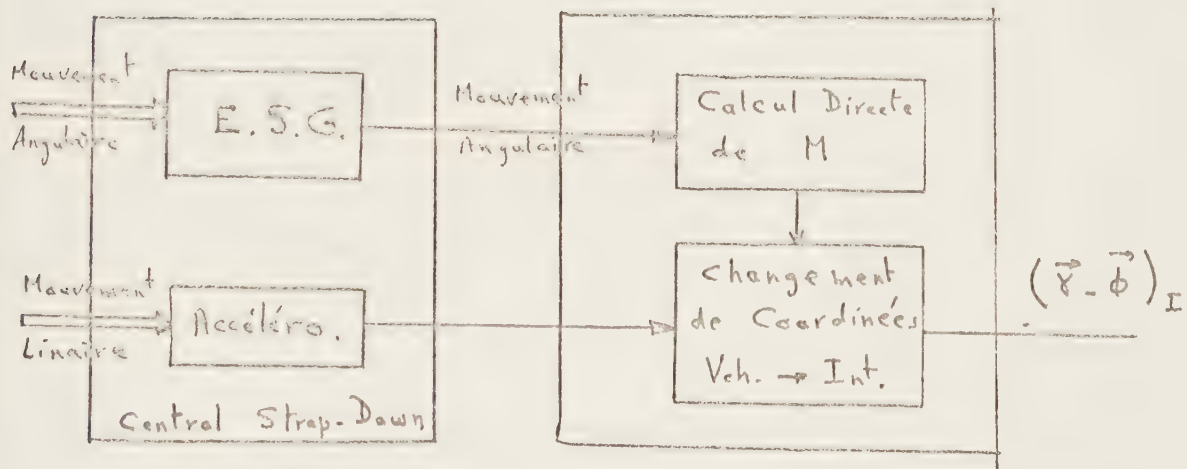


Fig (3) : Système avec E.S.G.

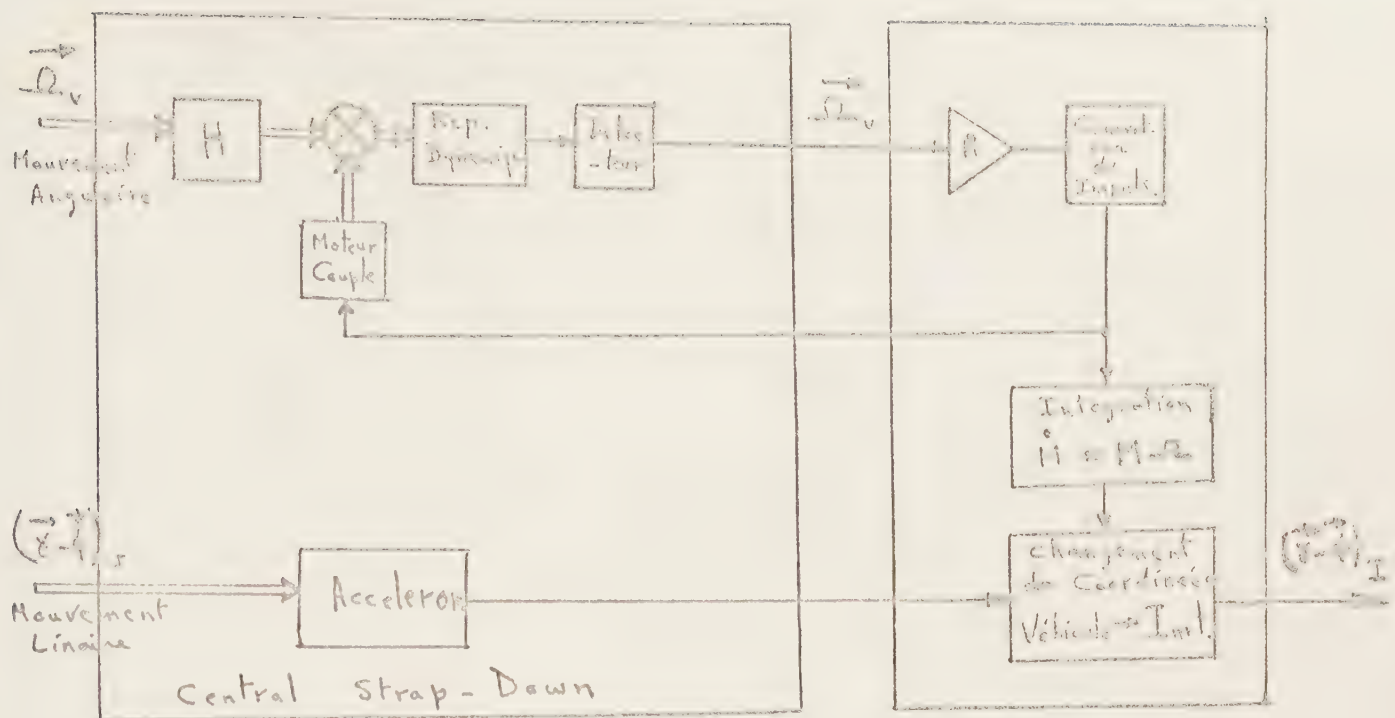


Fig (4) : Système avec Gyromètres

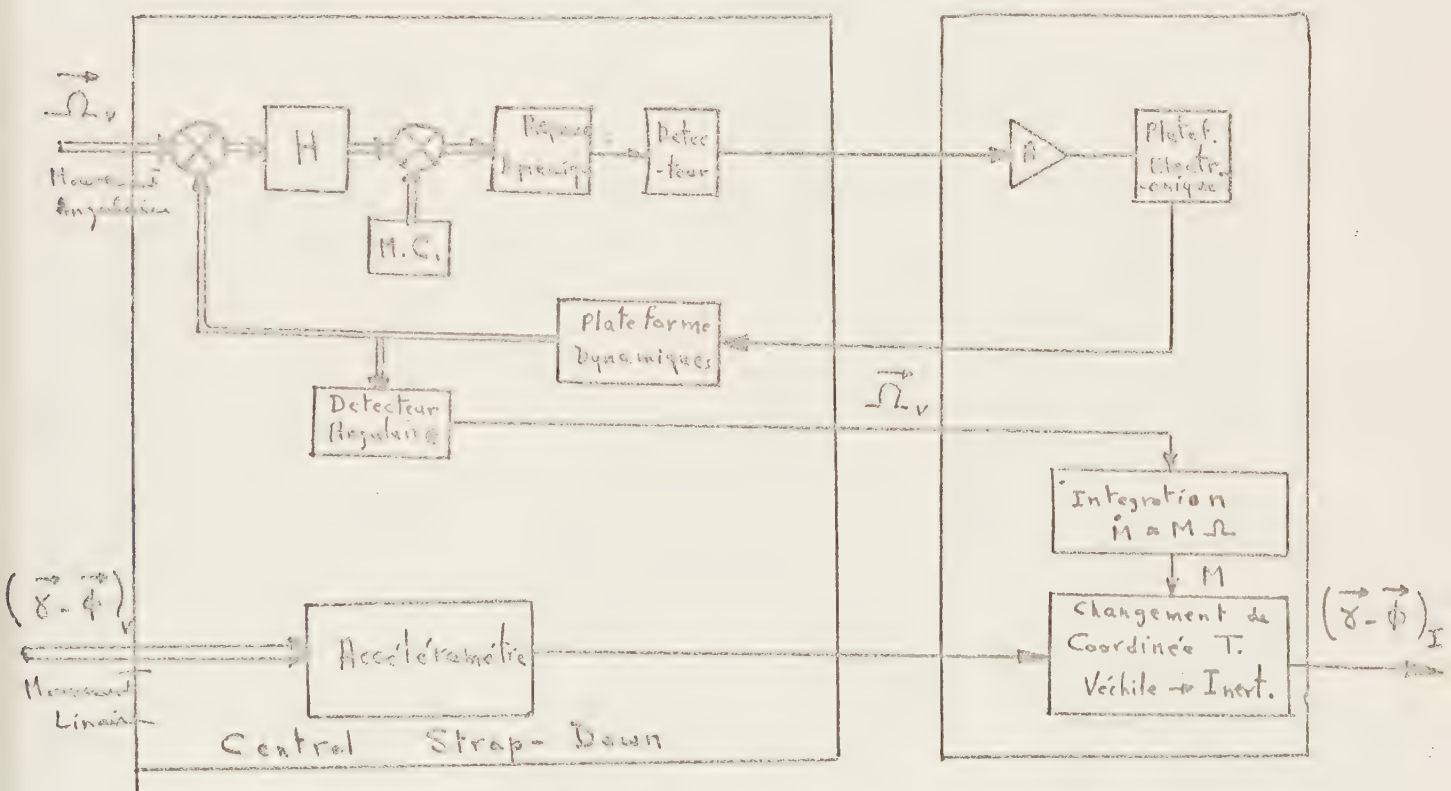


Fig (5) : Système avec Plateforme Single-Axe

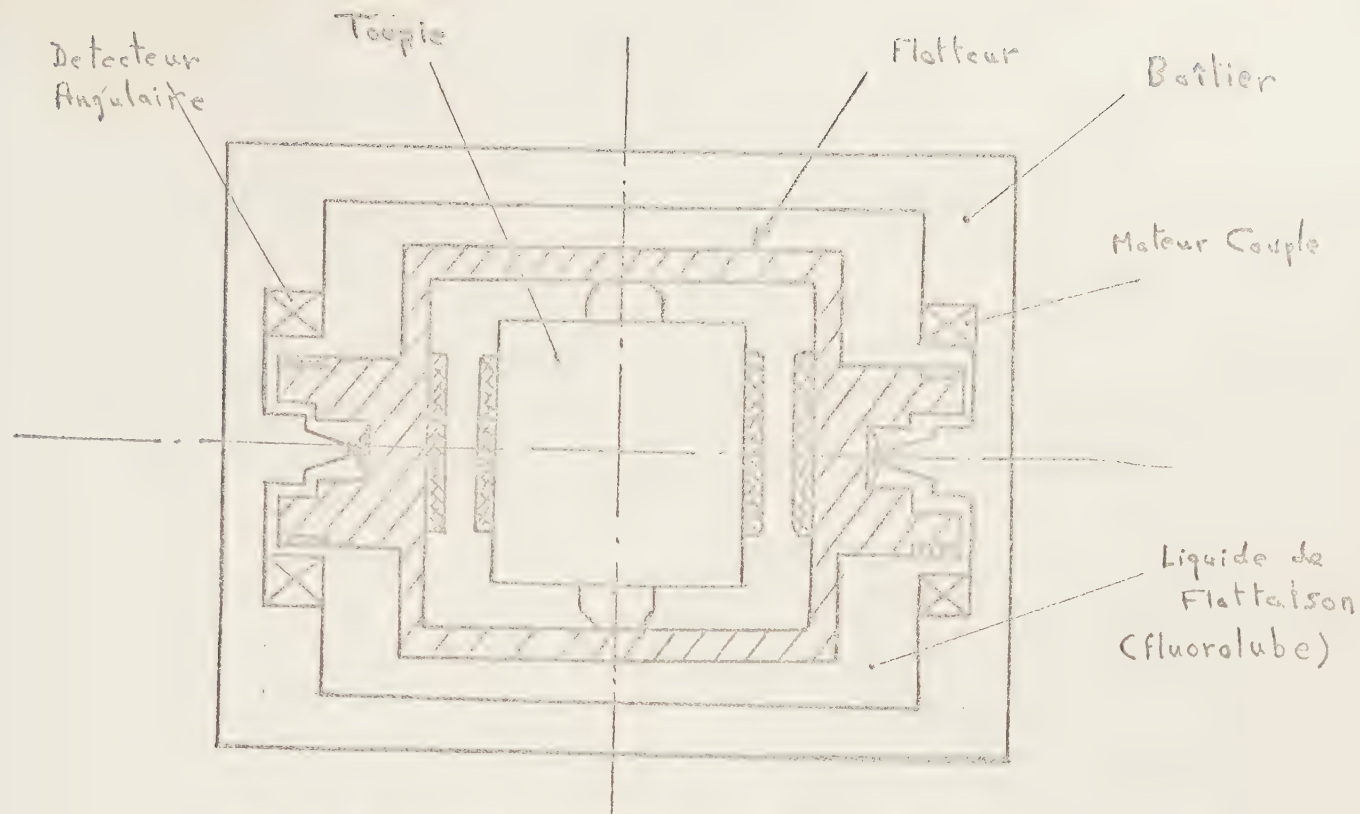


Fig (7) Gyro Flottant à un Degré de liberté

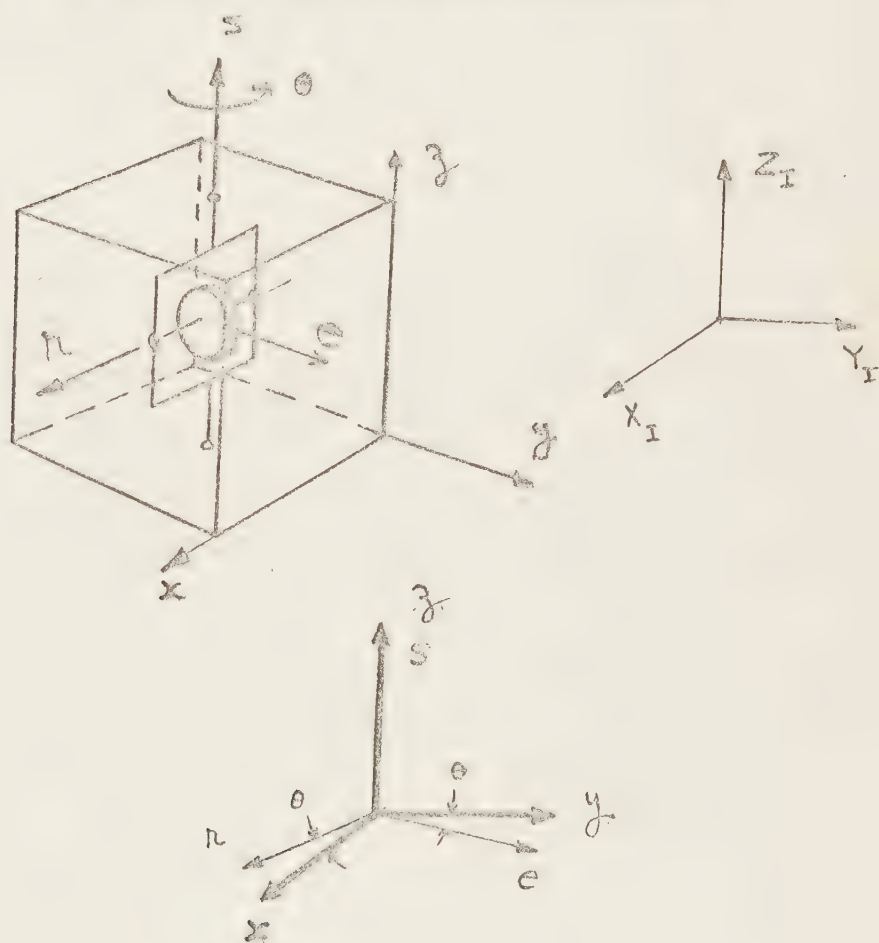


Fig (8) Les trièdres de Gyro

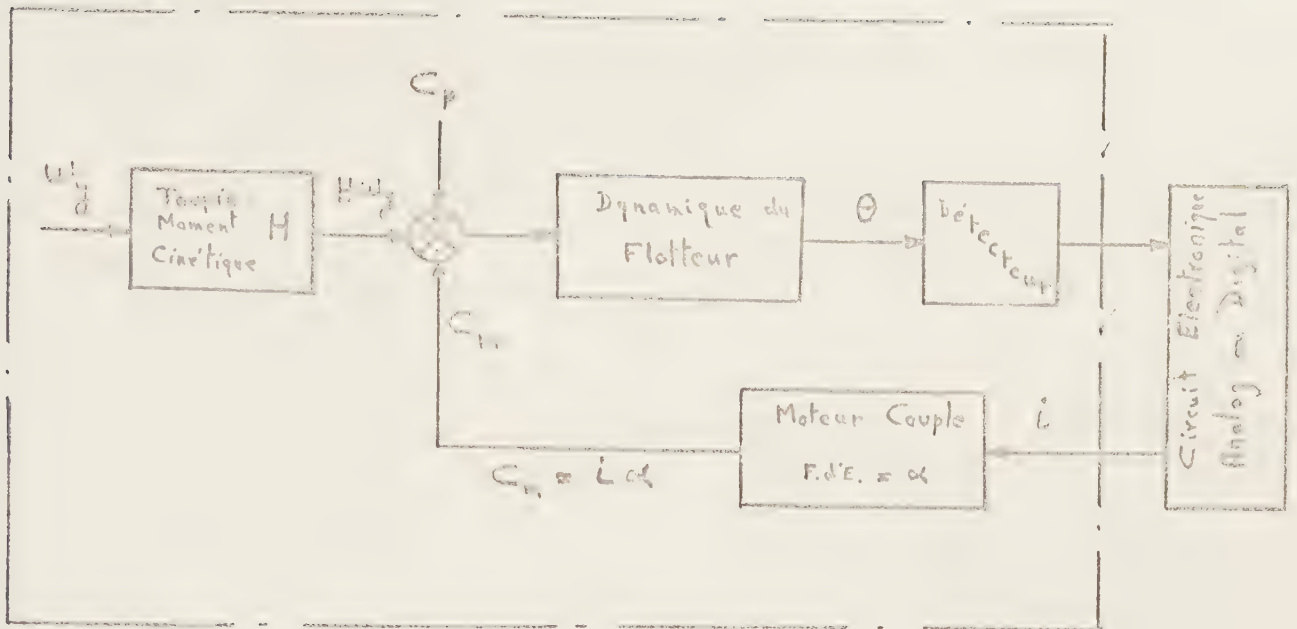


Fig (9) : Le Gyro à un Degré de Liberté en Boucle Fermée

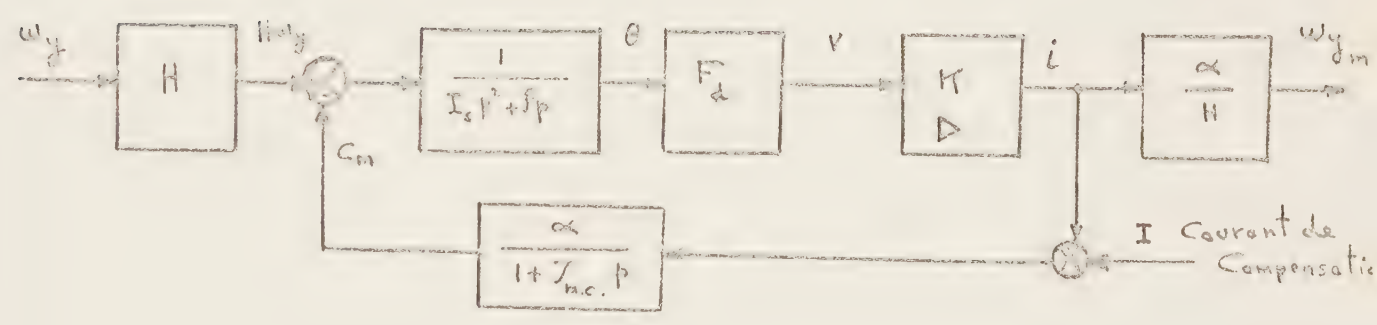
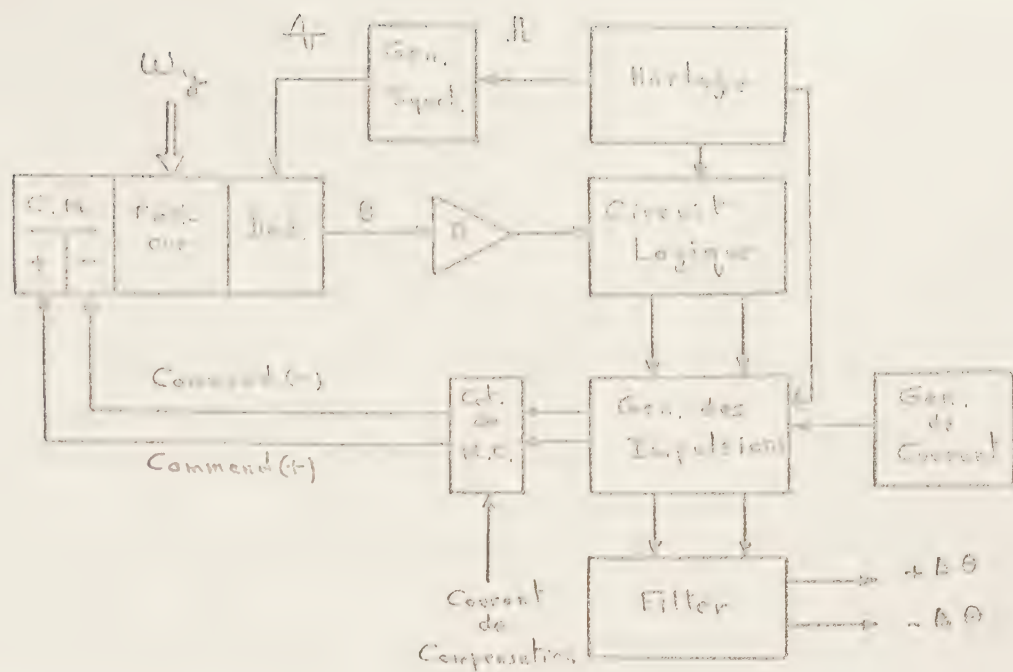
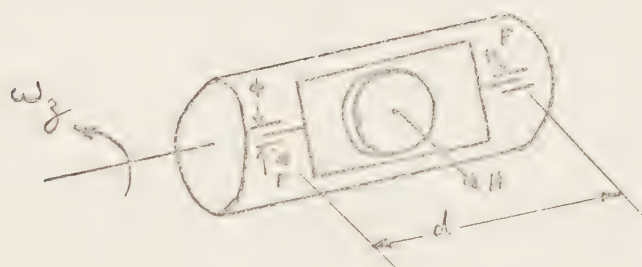


Fig (10) : La Boucle Analogique

K = Facteur d'échelle d'ampli. de courant.
 F_d = Facteur d'échelle de Détecteur.



Fig(11) : Le Gyro à un degré de liberté en boucle fermée Digitale



$$H\omega_z = Fd$$

Fig(12) : L'erreur dû Vitesse angulaire autour Z

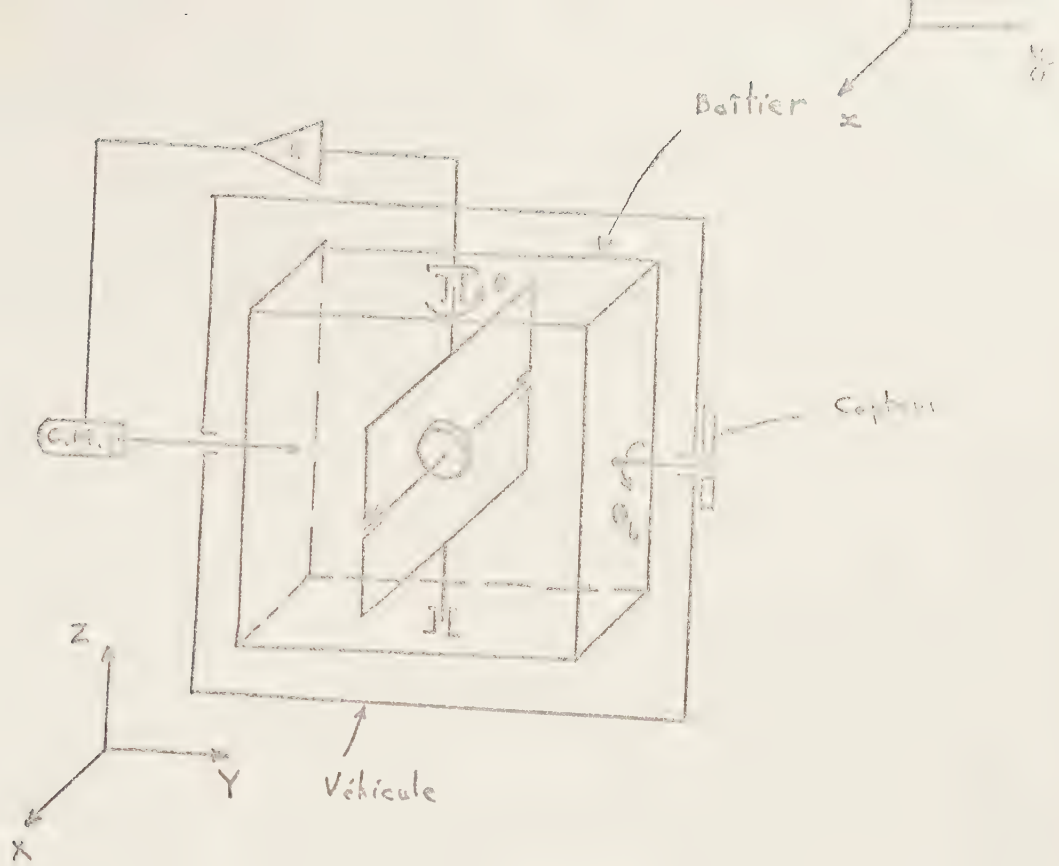


Fig (13) : Plateforme à Single Axe

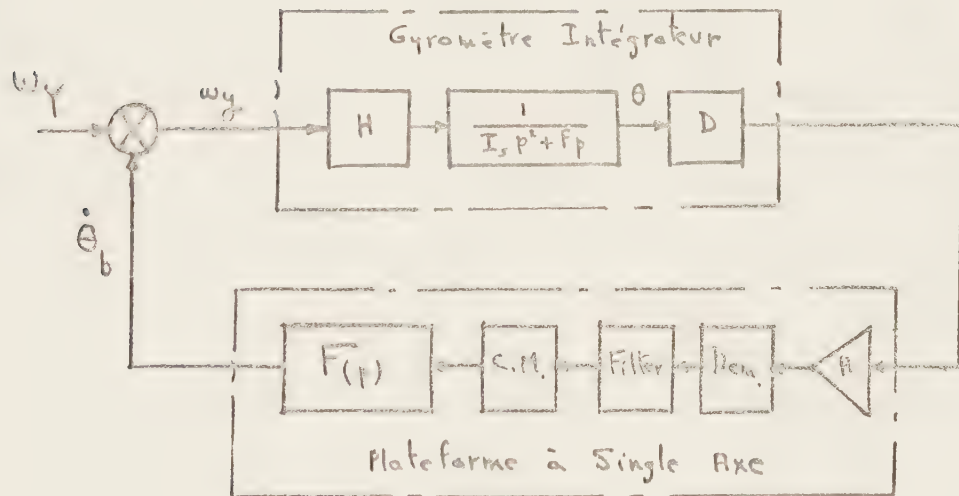
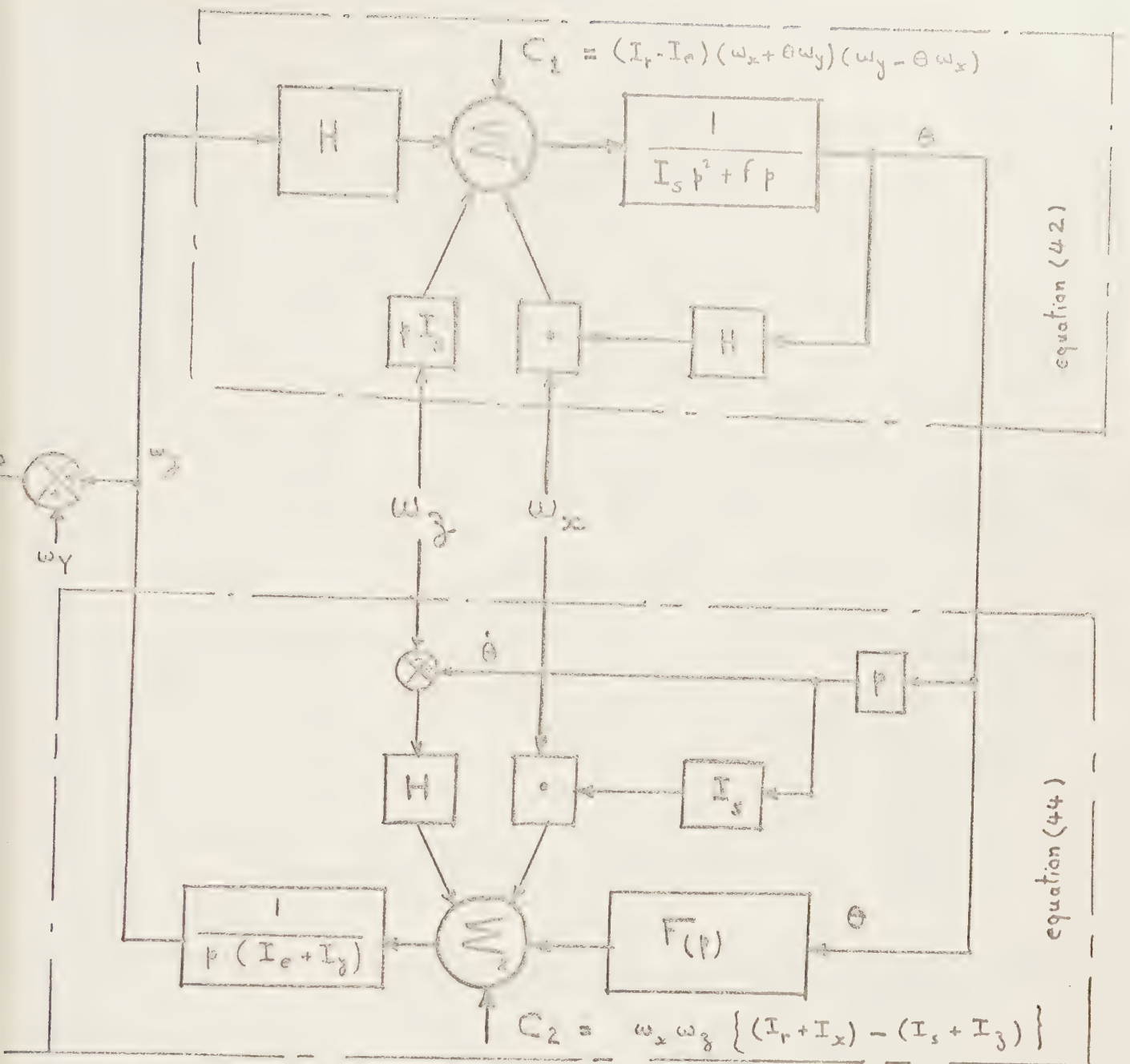


Fig (14) : Bloc Diagramme



Fig(15) : Fonction de Transfer P.S.A.

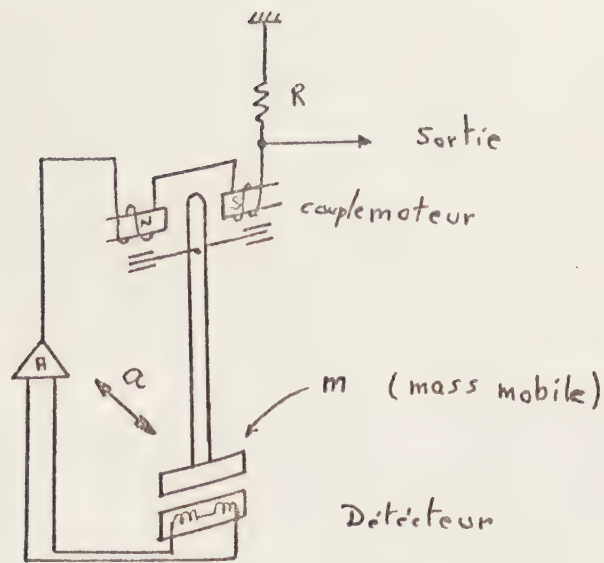


Fig (16) : Schéma de base de l'accéléromètre pendulaire

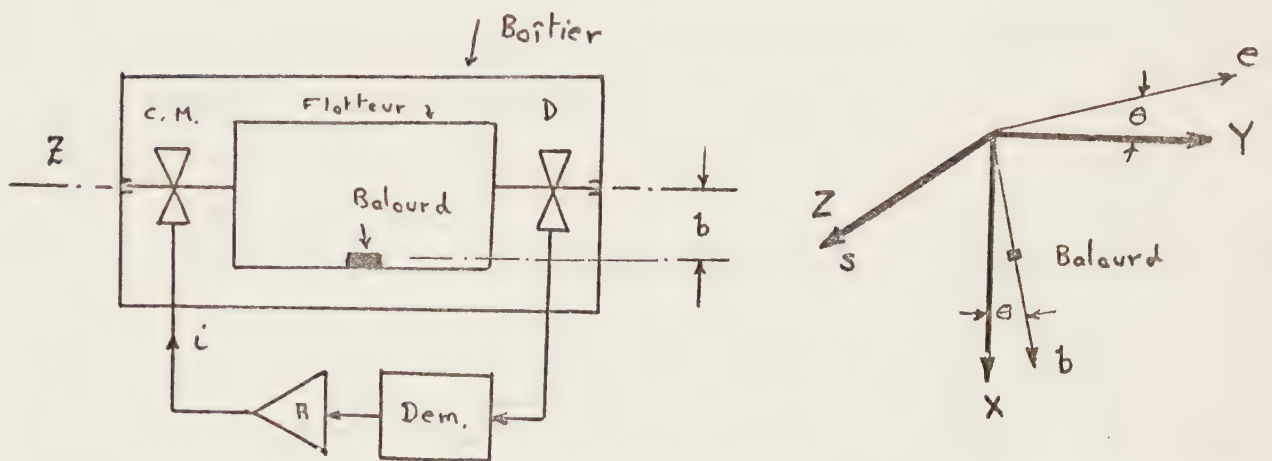


Fig (17) : Accéléromètre Pendulaire à Flateur Balourdé

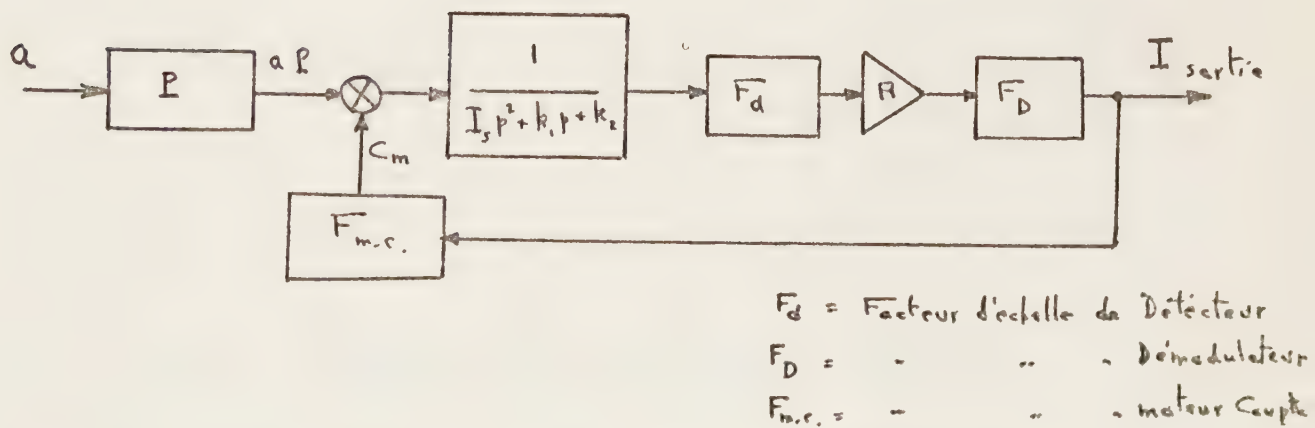


Fig (18) : Accéléromètre à Sortie Analogique

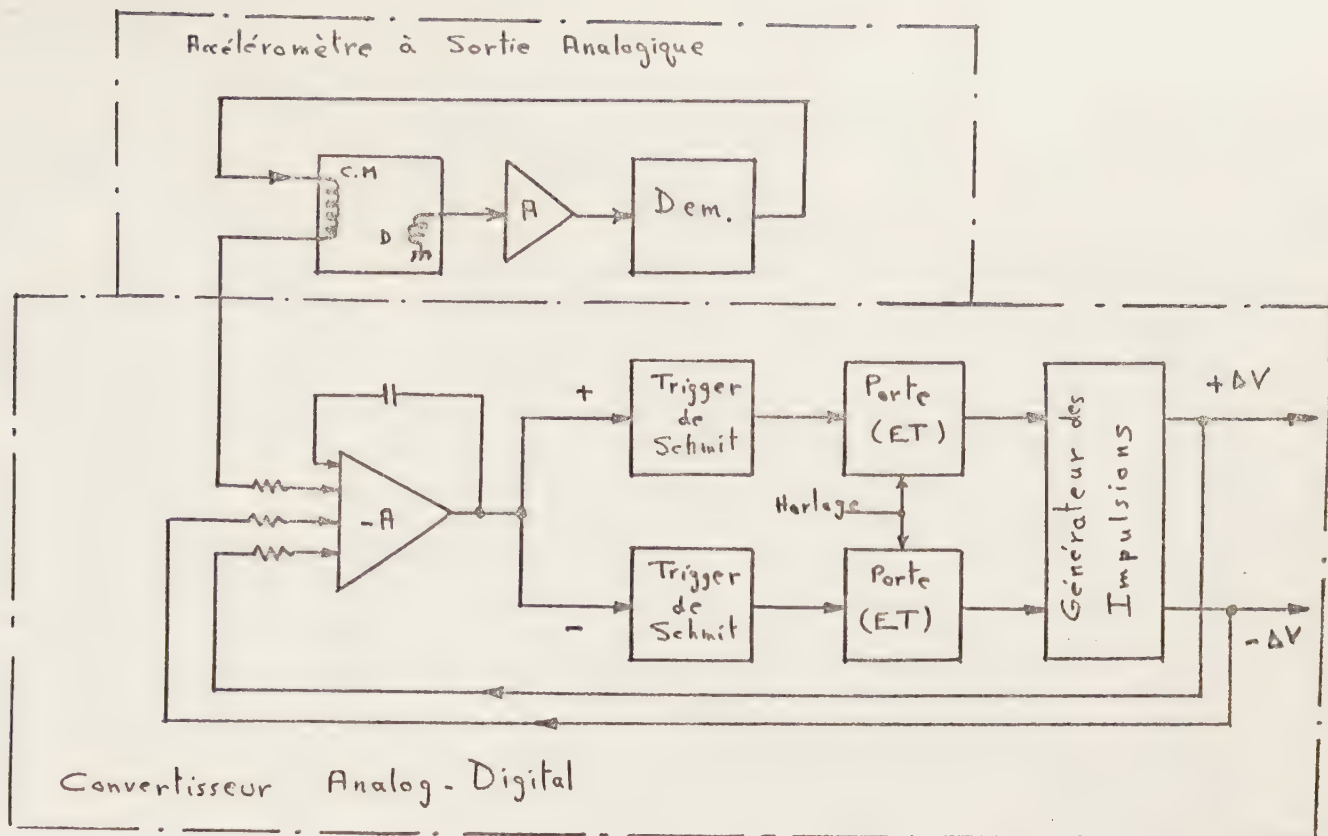


Fig. (19) = L'Addition d'un codeur Analog/Digital

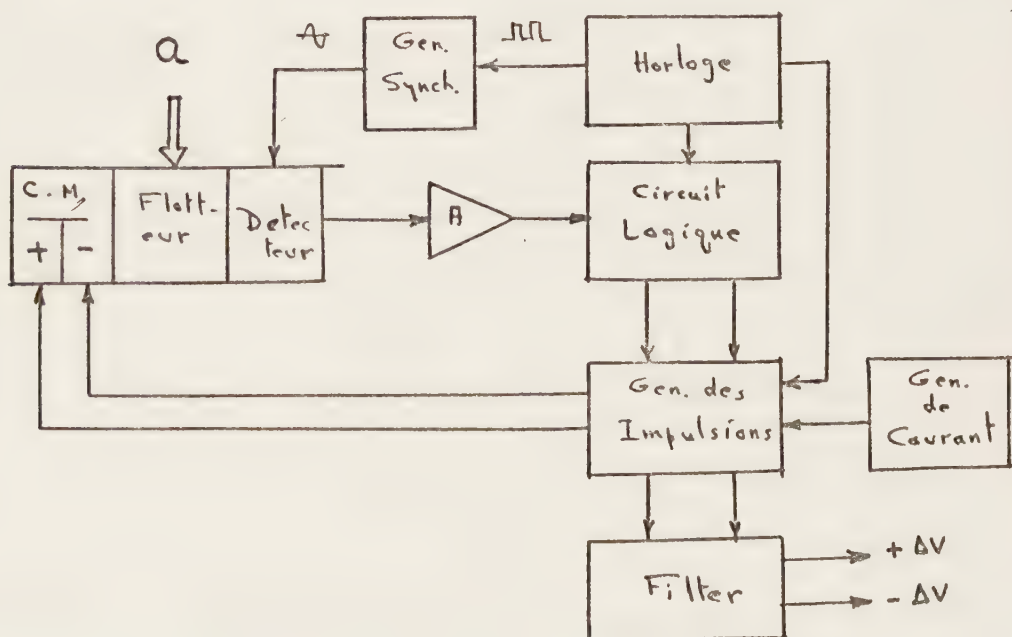


Fig (20) : L'Utilisation de Boucle Digitale

L'accéléromètre pendulaire à sortie digitale

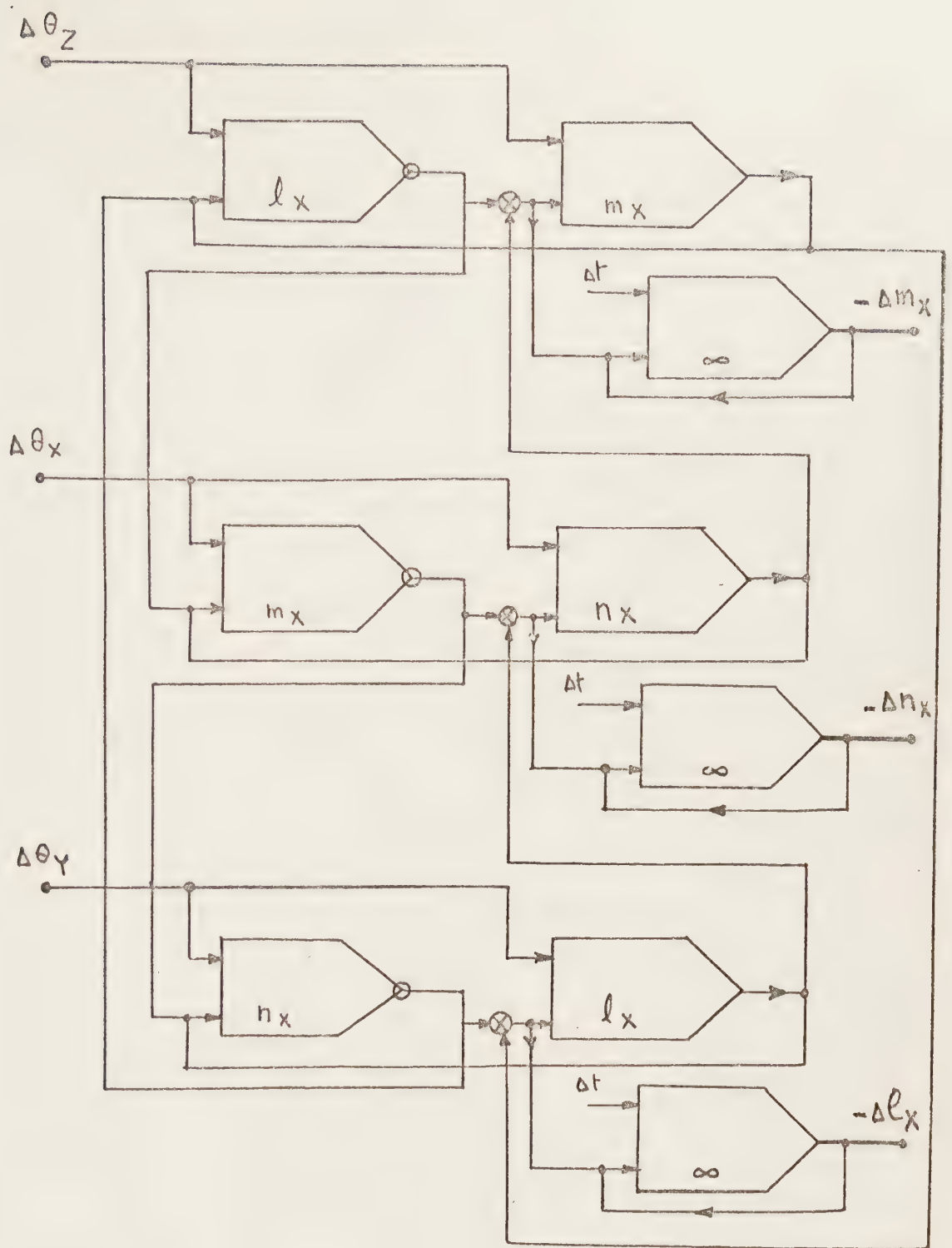
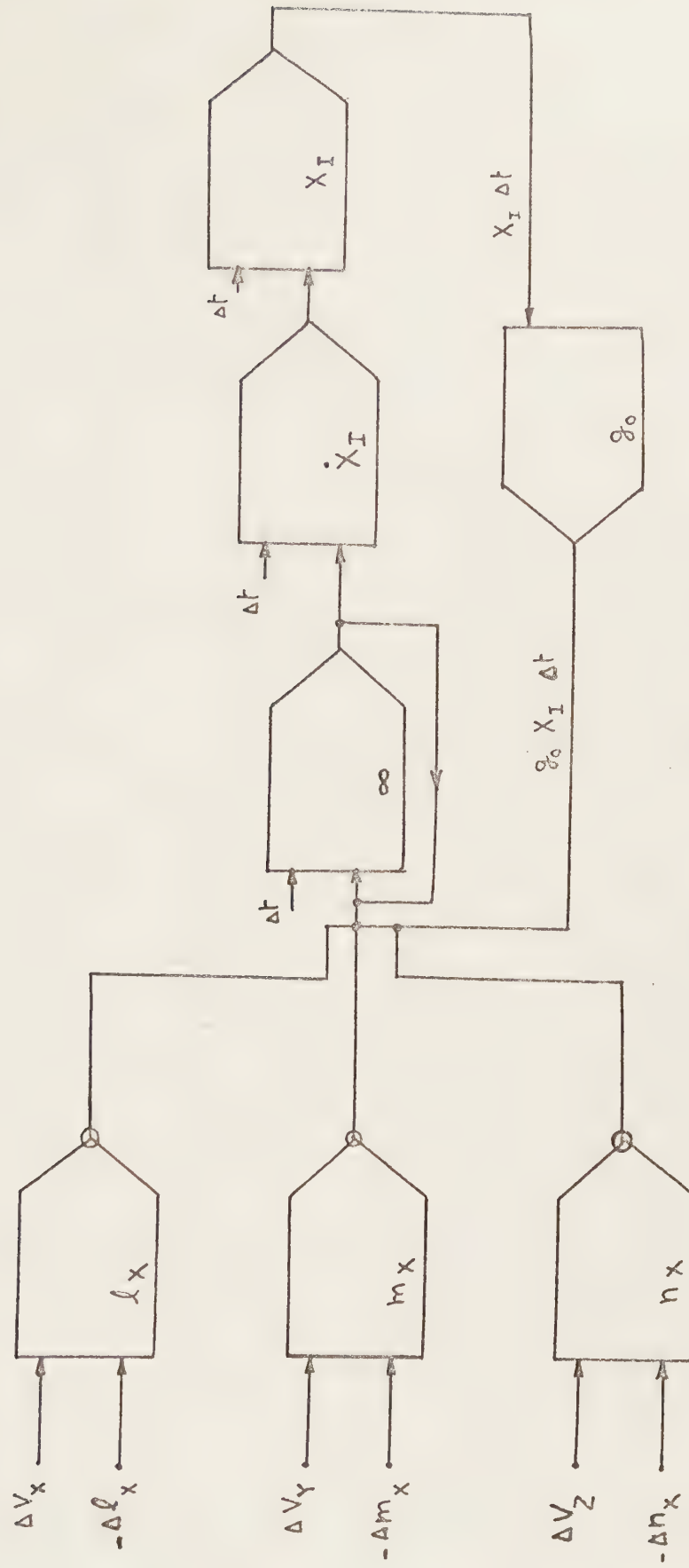


Fig (21) : Mécanisation des équations (83)

$$\Delta l_x = \Delta\theta_z m_x - \Delta\theta_y n_x$$

$$\Delta m_x = \Delta\theta_x n_x - \Delta\theta_z l_x$$

$$\Delta n_x = \Delta\theta_y l_x - \Delta\theta_x m_x$$



Fig(22) : Calcul de vitesse et position

$$\Delta V_{xI} = l_x \Delta V_x + m_x \Delta V_y + n_x \Delta V_z + \phi_x \Delta t \quad (84)$$

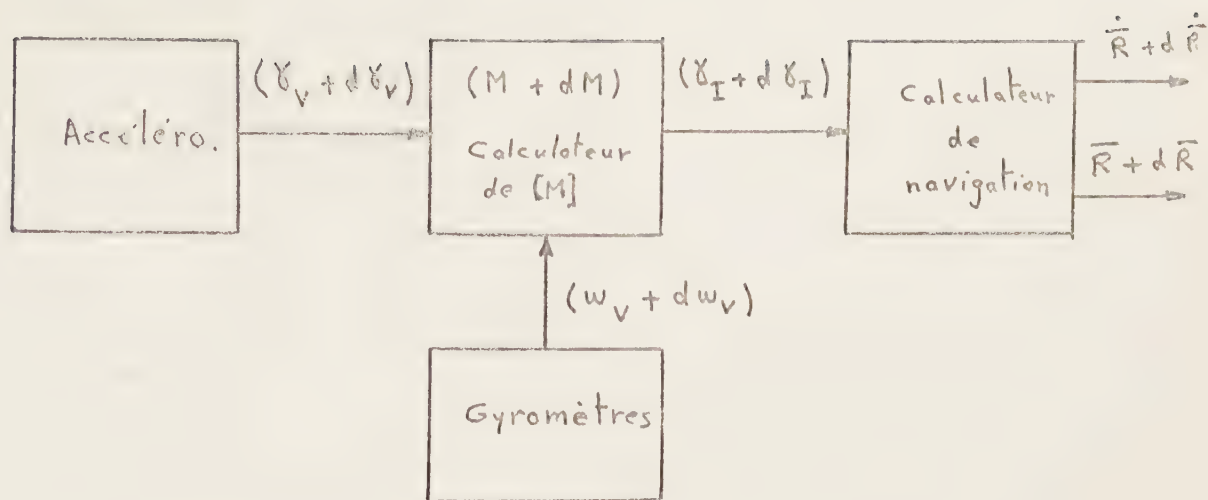


Fig (24) : Erreur de Système Strapdown

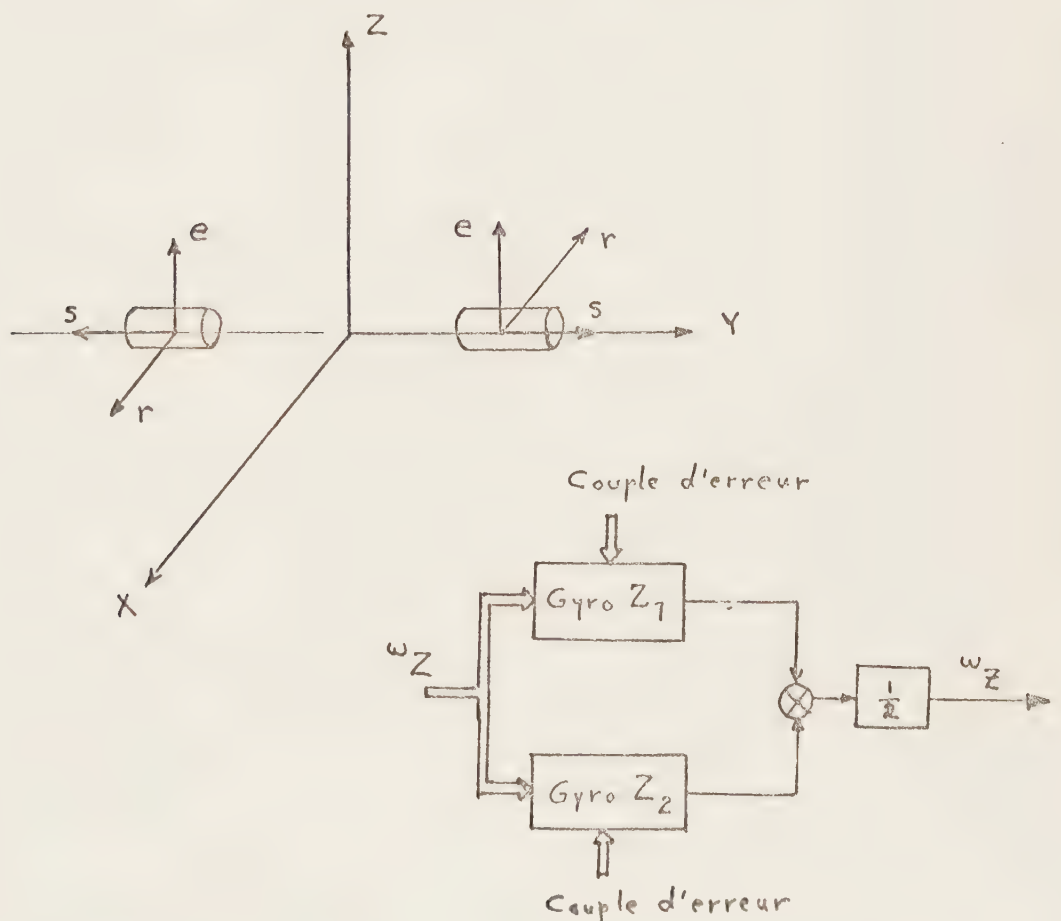
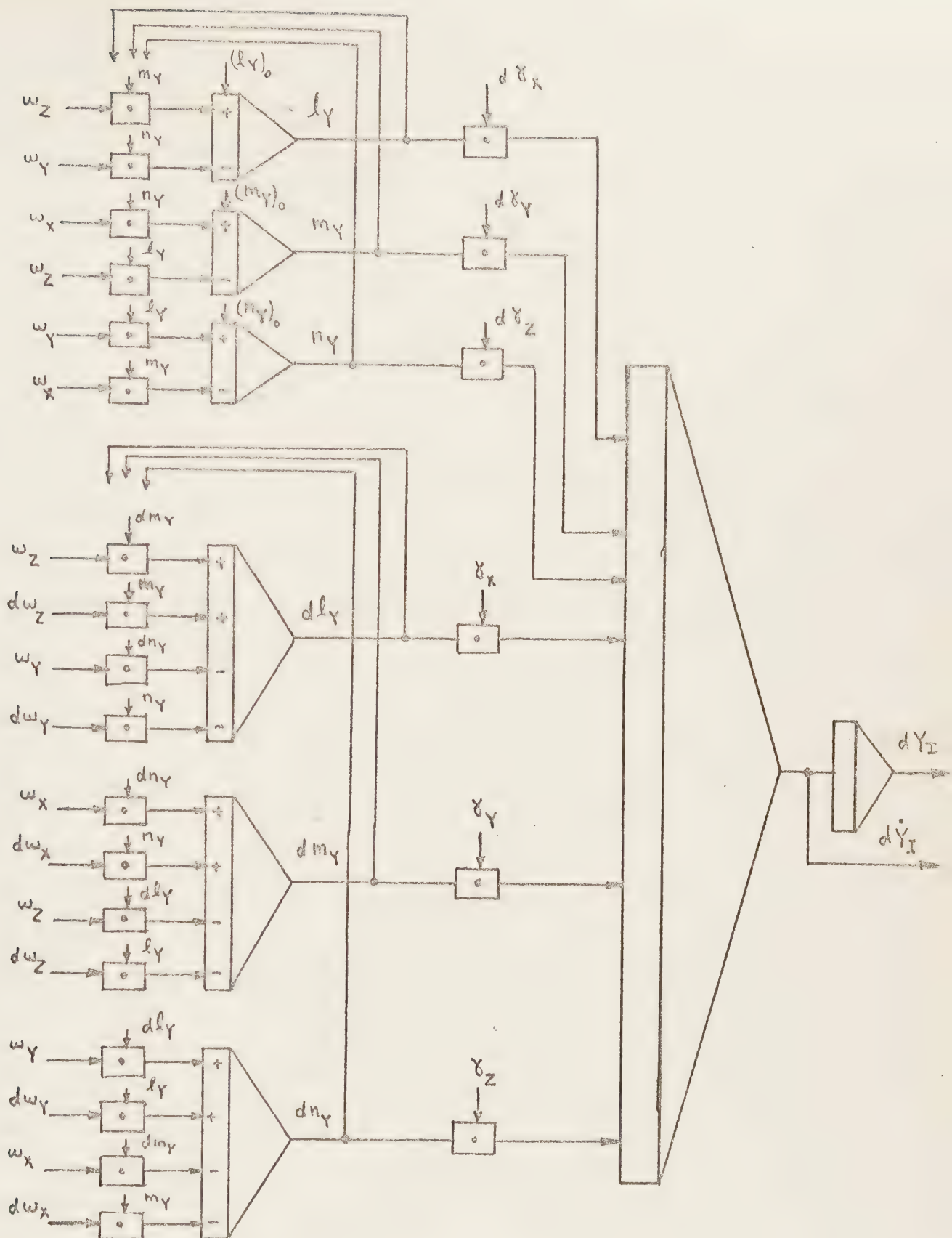


Fig (25) Utilisation de deux gramètres par axe



Fig(26) : Simulation des équations (95, 96, 97)

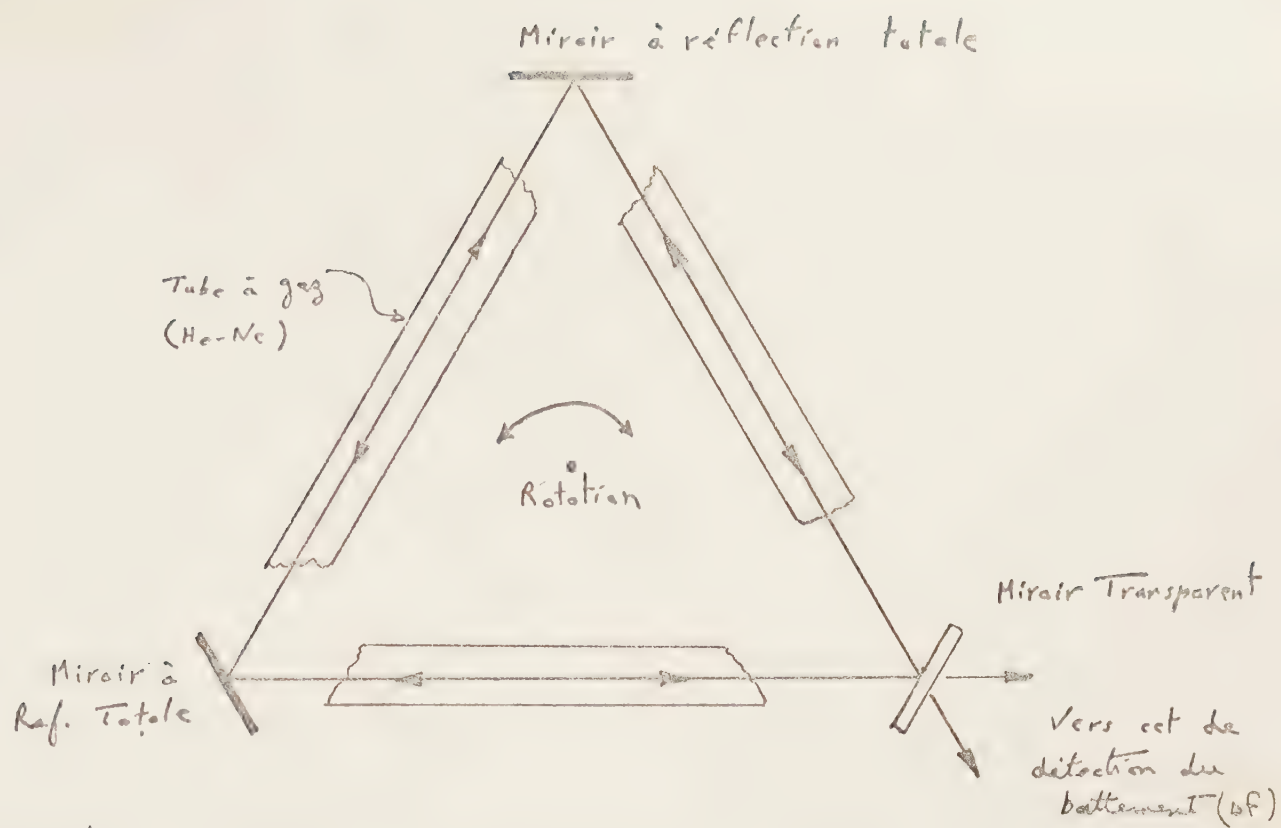


Fig (b1) Principe du Gyromètre à Laser Triangulaire

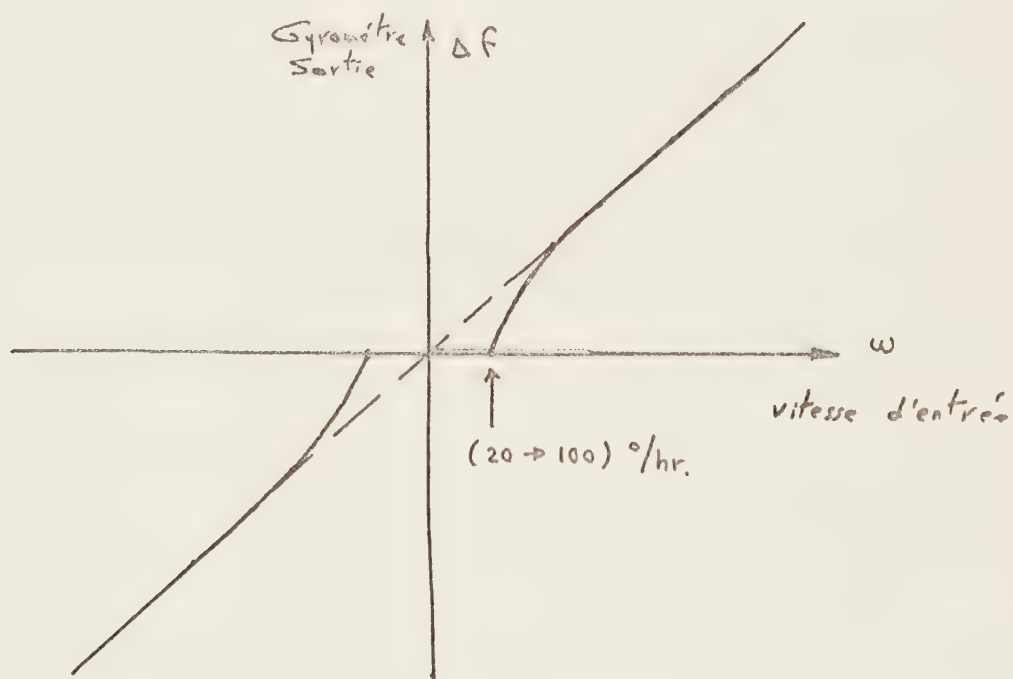


Fig (b2), Caractéristique du Gyromètre
(Phénomène de Couplage)

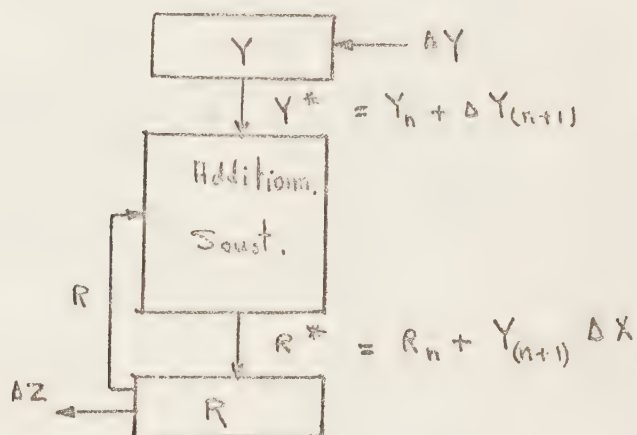
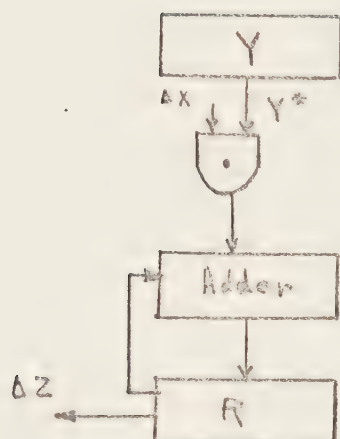
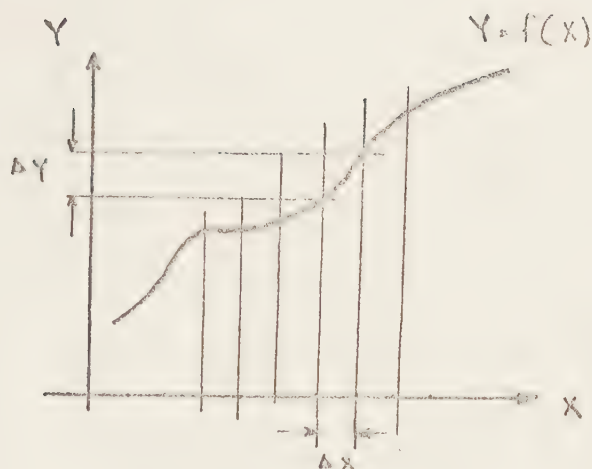


Fig (C.1.) Intégrateur

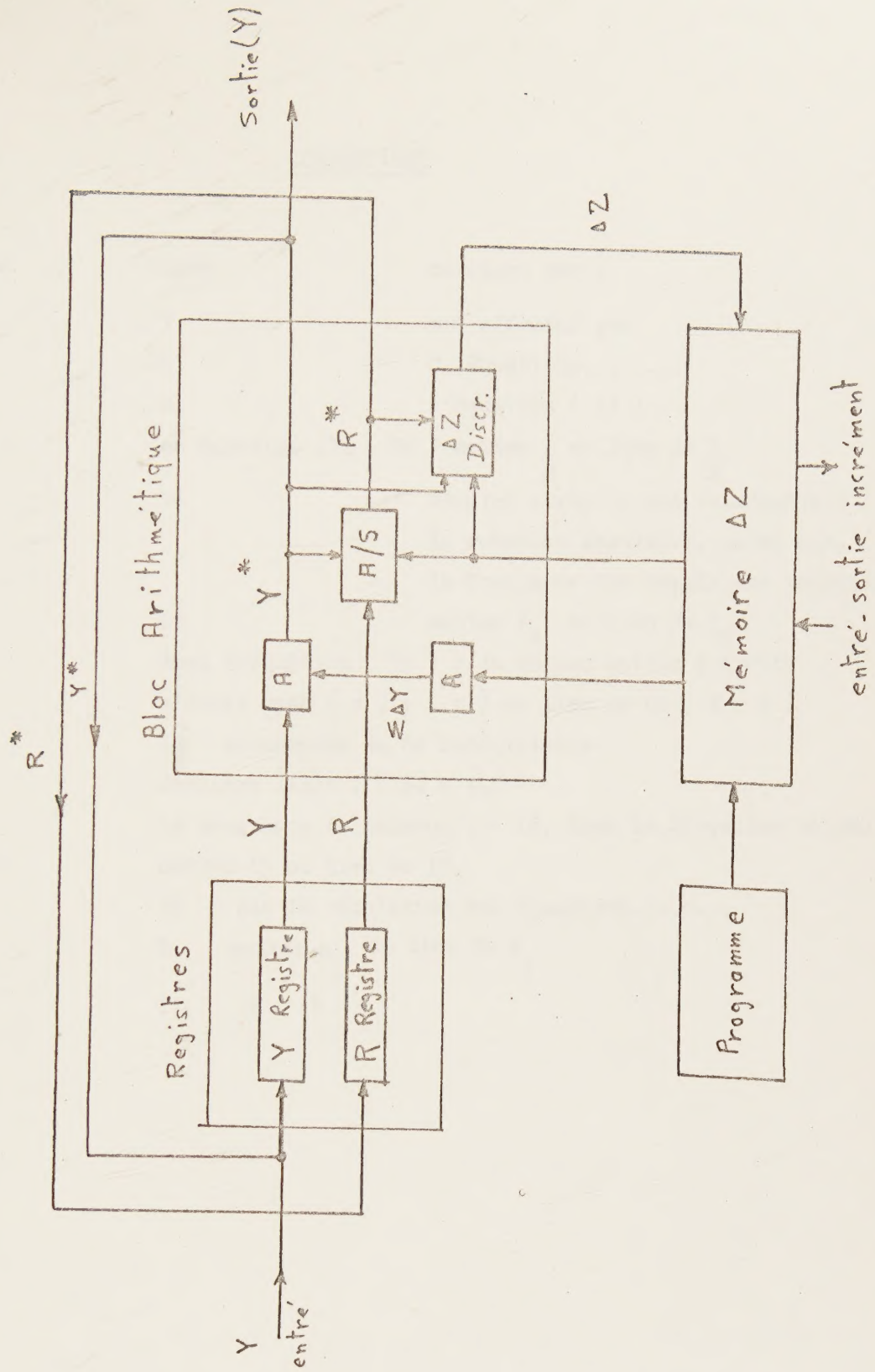


intégrateur



servo-intégrateur

Fig (C.2.) Représentation d'intégrateur



Fig(c.3) : A.D.D. : Série

